平成29年度　山形県立産業技術短期大学校

一般入学試験問題（後期）

数学Ⅰ・Ⅱ

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

2　試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせて下さい。

3　**解答用紙に受験番号**を正しく記入して下さい。正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。

4　解答は解答用紙の所定の欄に記入して下さい。

5　試験終了後、問題冊子並びに計算用紙は持ち帰って下さい。

1．$x=\dfrac{1}{\sqrt{3}+1}$，$y=\dfrac{1}{\sqrt{3}-1}$ のとき，次の式の値を求めよ．値が分数の場合は分母を有理化せよ．

(1) $x+y$　(2) $x-y$　(3) xy　(4) $\dfrac{x}{y}$　(5) $\dfrac{y}{x}$

(6) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}$　(7) x^2+y^2　(8) x^2-y^2　(9) x^3-y^3　(10) x^3+y^3

2．2次方程式

$$x^2-kx+k+3=0\cdots(*)$$

が与えられている．ただし，定数 k は実数である．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 2次方程式 $(*)$ が異なる2つの実数解をもつとき，k のとり得る値の範囲を求めよ．

(2) 2次方程式 $(*)$ が異なる2つの実数解をもつとき，その解を k の式で表せ．

(3) 2次方程式 $(*)$ が実数解をもたないとき，k のとり得る値の範囲を求めよ．

(4) 2次方程式 $(*)$ が重解をもつとき，k のとり得る2つの値 k_1, k_2 を求めよ．また，そのときの重解 α_1, α_2 を求めよ．ただし，$k_1<k_2$ とする．

(5) 上記 (4) で求めた k_1, k_2 に対する下記2次関数 ①, ② の交点Pの座標を求めよ．

$$y=x^2-k_1x+k_1+3\cdots① \qquad y=x^2-k_2x+k_2+3\cdots②$$

(6) 上記 (5) の2次関数 ①, ② のグラフを図示せよ．

3．xy 平面上の3点 $\mathrm{O}(0,0)$, $\mathrm{A}(2,3)$, $\mathrm{B}(b,0)$ を頂点とする三角形OABがあり，$\angle\mathrm{OAB}$ は直角である．また，線分OB上の点 $(2,0)$ をC, $\angle\mathrm{AOB}=\alpha$, $\angle\mathrm{ABO}=\beta$ とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 線分 OA の長さを求めよ．

(2) $\cos\alpha$ の値を求めよ．

(3) $\sin\alpha$ の値を求めよ．

(4) $\tan\alpha$ の値を求めよ．

(5) $\tan\beta$ の値を求めよ．

(6) b の値を求めよ．

(7) 三角形 OAB，線分 AC，および α, β を図示せよ．

4．xy 平面上に円 C があり，方程式は次の式で与えられている．

$$x^2 + y^2 = 4$$

円 C 上の 2 つの点 $\mathrm{P}(1, \sqrt{3})$, $\mathrm{Q}(1, -\sqrt{3})$ に対し，点 P における円 C の接線を l_1，点 Q における円 C の接線を l_2 とする．また，2 つの直線 l_1, l_2 の交点を R とする．このとき，次の問いに答えよ．ただし，原点 $(0, 0)$ を O とする．

(1) 円 C の中心の座標と半径 r を求めよ．

(2) 直接 l_1 の方程式を求めよ．

(3) 直接 l_2 の方程式を求めよ．

(4) 点 R の座標を求めよ．

(5) 円 C, 2 つの直線 l_1, l_2 , 3 つの点 P, Q, R および線分 OP, OQ を図示せよ．

(6) 四角形 OPRQ の面積 S_1 を求めよ．

(7) 扇形 OPQ の面積 S_2 を求めよ．ただし，弧 PQ は点 $(2, 0)$ を通る．

(8) 点 $(2, 0)$ を通る弧 PQ と 2 つの直線 l_1, l_2 で囲まれた図形の面積 S_3 を求めよ．

5．xy 平面上に 2 つの放物線があり，方程式は次の式で与えられている．

$$y = x^2 - 3x \cdots ① \qquad y = -x^2 + 5x \cdots ②$$

2 つの曲線は原点 $\mathrm{O}(0, 0)$ を通る．ここで，原点以外の点で，放物線①と x 軸が交わる点を P，放物線②と x 軸が交わる点を Q，2 つの放物線①と②が交わる点を R とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 点 P の座標を求めよ．

(2) 点 Q の座標を求めよ．

(3) 点 R の座標を求めよ．

(4) 直線 OR の方程式を求めよ．

(5) 2 つの放物線①，②，直線 OR および点 P, Q, R を図示せよ．

(6) 2 つの放物線①と②で囲まれる図形の面積 S_1 を求めよ．

(7) 放物線①と直線 OR で囲まれる図形の面積 S_2 を求めよ．

(8) 放物線②と直線 OR で囲まれる図形の面積 S_3 を求めよ．

平成 29 年度　一般入学試験（後期）　解答例

数　学　Ⅰ・Ⅱ

受験番号

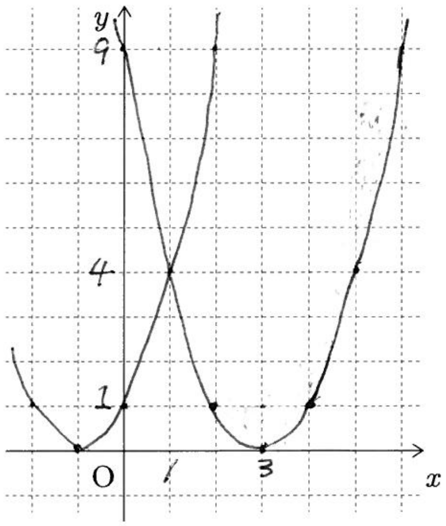
1

(1)	$\sqrt{3}$	(6)	$2\sqrt{3}$
(2)	-1	(7)	2
(3)	$\frac{1}{2}$	(8)	$-\sqrt{3}$
(4)	$2-\sqrt{3}$	(9)	$-\frac{5}{2}$
(5)	$2+\sqrt{3}$	(10)	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$

2

(1)	$k<-2,\quad k>6$
(2)	$\frac{1}{2}\left(k\pm\sqrt{k^2-4k-12}\right)$
(3)	$-2<k<6$
(4)	$k_1 = -2$, $k=k_1$のとき $\alpha_1 = -1$
	$k_2 = 6$, $k=k_2$のとき $\alpha_2 = 3$
(5)	P(1 , 4)

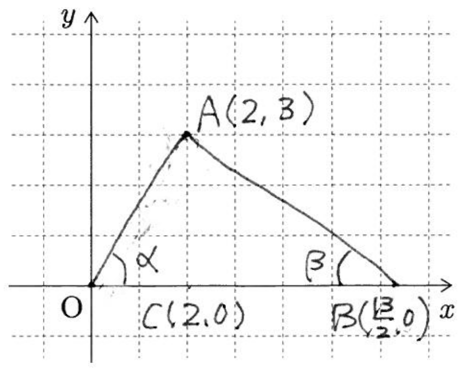
(6)



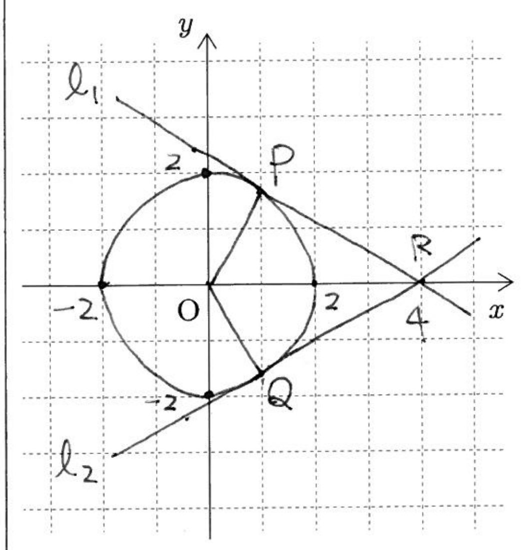
3

(1)	$\mathrm{OA}=\sqrt{13}$	(6)	$b=\frac{13}{2}$
(2)	$\cos\alpha=\frac{2\sqrt{13}}{13}$	(7)	
(3)	$\sin\alpha=\frac{3\sqrt{13}}{13}$		
(4)	$\tan\alpha=\frac{3}{2}$		
(5)	$\tan\beta=\frac{2}{3}$		

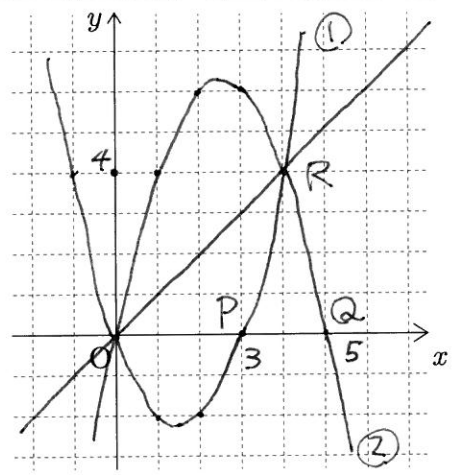
(7)



4

(1)	中心 (0 , 0)　$r = 2$
(2)	$y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{4\sqrt{3}}{3}$
(3)	$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{4\sqrt{3}}{3}$
(4)	R (4 , 0)
(5)	
(6)	$S_1 = 4\sqrt{3}$
(7)	$S_2 = \frac{4\pi}{3}$
(8)	$S_3 = 4\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right)$

5

(1)	P (3 , 0)
(2)	Q (5 , 0)
(3)	R (4 , 4)
(4)	$y = x$
(5)	

(6)

(計算)

$$S_1 = \int_0^4 \{(-x^2+5x)-(x^2-3x)\}dx = \int_0^4 (-2x^2+8x)dx$$

$$= \left[-\frac{2}{3}x^3 + 4x^2\right]_0^4 = -\frac{2\cdot 4^3}{3} + 4^3 = \frac{64}{3}$$

$S_1 = \frac{64}{3}$

(7)

(計算)

$$S_2 = \int_0^4 \{x-(x^2-3x)\}dx = \int_0^4 (-x^2+4x)dx$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^4 (-2x^2+8x)dx = \frac{1}{2}S_1 = \frac{32}{3}$$

$S_2 = \frac{32}{3}$

(8) $S_3 = \frac{32}{3}$