

平成30年度 山形県立産業技術短期大学校

## 一般入学試験問題（後期）

### 数学Ⅰ・Ⅱ

#### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせて下さい。
- 3 解答用紙に受験番号を正しく記入して下さい。正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
- 4 解答は解答用紙の所定の欄に記入して下さい。
- 5 試験終了後、問題冊子並びに計算用紙は持ち帰って下さい。

1. (1) 次の式を  $a + b\sqrt{3}$  の形で表せ. ただし,  $a, b$  は有理数とする.

(i)  $(1 + \sqrt{3})^2$    (ii)  $(1 - \sqrt{3})^2$    (iii)  $(1 + \sqrt{3})^3$

(2) 次の式を実数の範囲で因数分解せよ.

(i)  $x^2 + 2\sqrt{3}x + 3$    (ii)  $6x^2 - \sqrt{3}x - 3$

2. 定数  $a, b$  に対し, 2つの2次関数のグラフ  $G_1, G_2$  が次の式で与えられている.

$$G_1: y = ax^2 + bx + 3$$

$$G_2: y = -ax^2 - bx + 3$$

グラフ  $G_1$  は点  $(1, \frac{3}{2})$  を通り, グラフ  $G_2$  は点  $(3, \frac{9}{2})$  を通る. グラフ  $G_1$  の頂点を P, グラフ  $G_2$  の頂点を Q とする. また, 2つのグラフ  $G_1, G_2$  の交点を R, S とする. ただし, R の  $x$  座標は S の  $x$  座標より小さいとする. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) グラフ  $G_1$  が点  $(1, \frac{3}{2})$  を通ることから導かれる  $a, b$  の関係式を求めよ.

(2) グラフ  $G_2$  が点  $(3, \frac{9}{2})$  を通ることから導かれる  $a, b$  の関係式を求めよ.

(3)  $a, b$  の値を求めよ.

(4) 点 P の座標を求めよ.

(5) 点 Q の座標を求めよ.

(6) 点 R, S の座標を求めよ.

(7) 2つのグラフ  $G_1, G_2$  および4つの点 P, Q, R, S を図示せよ.

3. 次の不等式を解け.

(1)  $2^{x+1} > 4$    (2)  $2^{|x|} < 4$    (3)  $2^{x^2+x} < 4$    (4)  $\log_2(x-3) < 2$    (5)  $\log_2|x| > 2$

4. 座標平面上において、2つの円  $C_1, C_2$  が次の方程式で与えられている。

$$C_1: x^2 + y^2 = 25$$

$$C_2: x^2 - 4x + y^2 = 21$$

円  $C_2$  の中心を  $A$ , 円  $C_2$  と  $x$  軸との交点を  $P, Q$  とする。ただし、点  $P$  の  $x$  座標は負、 $Q$  の  $x$  座標は正とする。2つの円  $C_1, C_2$  の交点を  $R, S$  とする。ただし、点  $R$  の  $y$  座標は正、 $S$  の  $y$  座標は負とする。また、線分  $RS$  と  $x$  軸との交点を  $T$  とする。さらに、 $\alpha = \angle RPT$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点  $A$  の座標を求めよ。
  - (2) 点  $P, Q$  の座標を求めよ。
  - (3) 点  $R, S$  の座標を求めよ。
  - (4) 点  $T$  の座標を求めよ。
  - (5) 2つの円  $C_1, C_2$ , 6つの点  $A, P, Q, R, S, T$ , 2つの線分  $RP, RS$  および角  $\alpha$  を図示せよ。
  - (6) 線分  $RP$  の長さを求めよ。
  - (7)  $\sin \alpha$  の値を求めよ。
  - (8)  $\cos \alpha$  の値を求めよ。
  - (9)  $\tan \alpha$  の値を求めよ。
5. 2次関数  $f(x)$  が次の式で与えられている。

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x + 4$$

$y = f(x)$  のグラフを  $H$ , グラフ  $H$  上の2点  $P(4, 4)$ ,  $Q(-4, 12)$  における接線をそれぞれ  $l_1, l_2$  とする。また、グラフ  $H$  の頂点を  $R$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 関数  $f(x)$  の導関数  $f'(x)$  を求めよ。
- (2) 点  $R$  の座標を求めよ。
- (3) 接線  $l_1$  の方程式を求めよ。
- (4) 接線  $l_2$  の方程式を求めよ。
- (5) グラフ  $H$ , 接線  $l_1, l_2$ , 点  $P, Q, R$  を図示し、グラフ  $H$  および接線  $l_1, l_2$  で囲まれた部分を斜線で示せ。
- (6) グラフ  $H$ , 接線  $l_1$  および  $y$  軸で囲まれた部分の面積  $S_1$  を求めよ。
- (7) グラフ  $H$ , 接線  $l_2$  および  $y$  軸で囲まれた部分の面積  $S_2$  を求めよ。
- (8) グラフ  $H$ , 接線  $l_1$  および接線  $l_2$  で囲まれた部分の面積  $S$  を求めよ。

# 数 学 I ・ II

受験番号		

1

(1)	(i)	$4 + 2\sqrt{3}$	(2)	(i)	$(x + \sqrt{3})^2$
	(ii)	$4 - 2\sqrt{3}$		(ii)	$(3x + \sqrt{3})(2x - \sqrt{3})$
	(iii)	$10 + 6\sqrt{3}$			

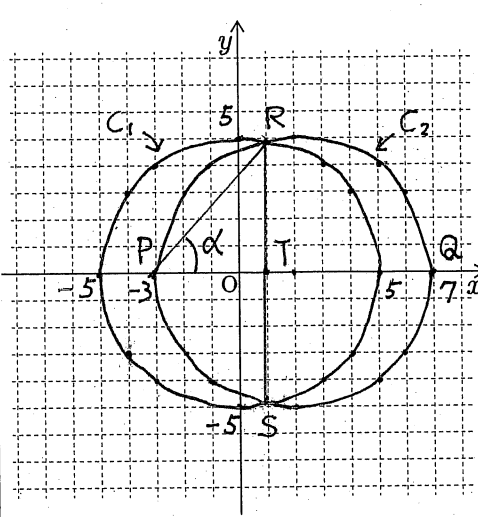
2

(1)	$2a + 2b = -3$	(7)	
(2)	$6a + 2b = -1$		
(3)	$a = \frac{1}{2} \quad b = -2$		
(4)	$P(2, 1)$		
(5)	$Q(2, 5)$		
(6)	$R(0, 3) \quad S(4, 3)$		

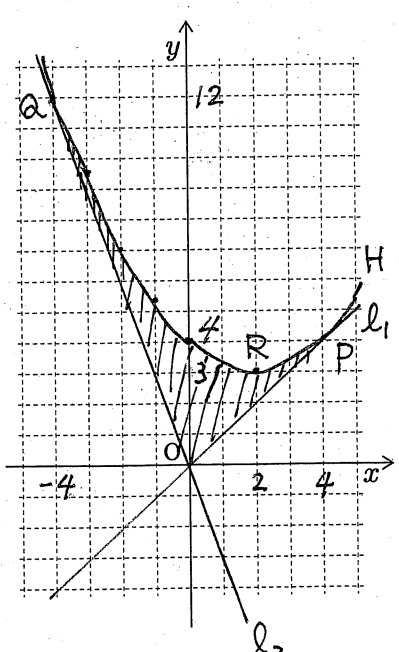
3

(1)	$x > 1$	(4)	$3 < x < 7$
(2)	$-2 < x < 2$	(5)	$x < -4, x > 4$
(3)	$-2 < x < 1$		

4

(1)	A ( 2 , 0 )	(5) 
(2)	P(-3 , 0 ) Q( 7 , 0 )	
(3)	R( 1 , 2√6 ) S( 1 , -2√6 )	
(4)	T ( 1 , 0 )	
(6)	RP = 2√10	
(7)	$\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$	
(8)	$\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{5}$	
(9)	$\tan \alpha = \frac{\sqrt{6}}{2}$	

5

(1)	$f'(x) = \frac{1}{2}x - 1$	(6) 計算 $S_1 = \int_0^4 \left\{ \left( \frac{1}{4}x^2 - x + 4 \right) - x \right\} dx$ $= \int_0^4 \left( \frac{1}{4}x^2 - 2x + 4 \right) dx$ $= \left[ \frac{1}{12}x^3 - x^2 + 4x \right]_0^4$ $= \frac{4^3}{12} - 4^2 + 4 \cdot 4$ $= \frac{16}{3} \qquad S_1 = \frac{16}{3}$
(2)	R ( 2 , 3 )	
(3)	$y = x$	
(4)	$y = -3x$	
(5)		(7) 計算 $S_2 = \int_{-4}^0 \left\{ \left( \frac{1}{4}x^2 - x + 4 \right) - (-3x) \right\} dx$ $= \int_{-4}^0 \left( \frac{1}{4}x^2 + 2x + 4 \right) dx$ $= \left[ \frac{1}{12}x^3 + x^2 + 4x \right]_{-4}^0$ $= - \left\{ \frac{(-4)^3}{12} + (-4)^2 + 4 \cdot (-4) \right\}$ $= \frac{16}{3} \qquad S_2 = \frac{16}{3}$
(8)		計算 $S = S_1 + S_2 = \frac{16}{3} + \frac{16}{3} = \frac{32}{3}$ $S = \frac{32}{3}$