平成29年度　山形県立産業技術短期大学校

入学試験問題（推薦）

数学Ⅰ・Ⅱ

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

2　試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせて下さい。

3　**解答用紙に受験番号**を正しく記入して下さい。正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。

4　解答は解答用紙の所定の欄に記入して下さい。

5　試験終了後、問題冊子並びに計算用紙は持ち帰って下さい。

1．$U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ を全体集合とする．U の部分集合 $A,\ B,\ C,\ D,\ E,\ F$ について，次の問いに答えよ．ただし，$\overline{A},\ \overline{B},\ \overline{C},\ \overline{D},\ \overline{E},\ \overline{F}$ はそれぞれの集合の補集合を表す．

(1) $A=\{2,4,6,8\}, B=\{2,3,4,5,6\}$ であるとき，次の集合を求めよ．

(i) $A\cap B$　(ii) $A\cup B$　(iii) $\overline{A}$　(iv) $\overline{B}$

(2) 集合 $C,\ D$ が 3 つの条件

$$C\cap D=\{2,3\},\quad C\cap\overline{D}=\{7,8,9\},\quad \overline{C}\cap D=\{1\}$$

を満たしているとき，集合 $C,\ D$ を求めよ．

(3) 集合 $E,\ F$ が 3 つの条件

$$E\cap F=\emptyset,\quad E\cap\overline{F}=\{7,8,9\},\quad \overline{E}\cap F=\{1\}$$

を満たしているとき，集合 $E,\ F$ を求めよ．

2．長さが 40 cm のひもで長方形を作るとする．長方形の縦の長さを x cm, 対角線の長さを z cm，z^2 を x で表した式を $f(x)$ とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) x のとり得る値の範囲を示せ．

(2) 長方形の横の長さを u cm とするとき，u を x で表せ．

(3) 関数 $f(x)$ を求めよ．

(4) 関数 $f(x)$ を　$a(x-p)^2+q$ の形で表せ．

(5) x のとり得る範囲で $y=f(x)$ のグラフをかけ．

(6) x のとり得る範囲で $y=f(x)$ の最小値を求めよ．また，その時の x の値を求めよ．

(7) x のとり得る範囲で z の最小値を求めよ．また，その時の x の値を求めよ．

3．(1) 指数関数に関する次の方程式を解け．

(a) $2^x=2\sqrt{2}$　(b) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x=2\sqrt{2}$　(c) $3^{2x+3}=81$　(d) $3^{3x}=9^{x+1}$

(e) $\left(\sqrt{2}\,\right)^x=2^{3x+1}$

(2) 対数関数に関する次の方程式を解け．

(a) $\log_{10}x+\log_{10}2=1$　(b) $\log_2 x+\log_2 2=1$　(c) $\log_{10}x+\log_{10}2x=1$

(d) $\log_2 x+\log_2 2x=1$　(e) $\log_2 x-\log_2(2x-1)=1$

4．原点をOとする xy 平面上に２つの円が次の式で与えられている．

$$x^2+2x+y^2=3 \quad \cdots ①$$

$$x^2-4x+y^2=0 \quad \cdots ②$$

円①の中心を P_1, 円②の中心を P_2 とする．２つの円の２つの交点を Q_1, Q_2, 線分 $\mathrm{Q}_1\mathrm{Q}_2$ と x 軸との交点を R, $\angle \mathrm{Q}_1\mathrm{P}_1\mathrm{R}=\alpha$ とする．このとき，次の問いに答えよ．ただし，Q_1 の y 座標は正， Q_2 の y 座標は負とする．

(1) 円①の中心 P_1 の座標と半径 r_1 を求めよ．

(2) 円②の中心 P_2 の座標と半径 r_2 を求めよ．

(3) 点 Q_1, Q_2 および R の座標を求めよ．

(4) 円①と中心 P_1, 円②と中心 P_2，点 Q_1, Q_2, R, 線分 OQ_1 および角 α を図示せよ．

(5) $\mathrm{P}_1\mathrm{R}$ の長さを求めよ．

(6) $\sin\alpha$ の値を求めよ．

(7) $\cos\alpha$ の値を求めよ．

(8) $\tan\alpha$ の値を求めよ．

5．xy 平面上に放物線 C と直線 l が次の式で与えられている．

$$C: y=x^2-6x+a$$

$$l: y=x+b$$

ただし, a, b は定数である．放物線 C と直線 l は点 $\mathrm{P}(1,0)$ と点 Q の２点で交わっている．放物線 C と x 軸との交点のうち，P 以外の点を R とする．また，放物線 C の頂点を S とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 定数 a, b の値を求めよ．

(2) 点 Q の座標を求めよ．

(3) 点 R の座標を求めよ．

(4) 点 S の座標を求めよ．

(5) 放物線 C, 直線 l および４点 P, Q, R, S を図示せよ．

(6) 放物線 C と直線 l で囲まれた部分の面積 T を求めよ．

平成 29 年度　推薦入学試験　解答例

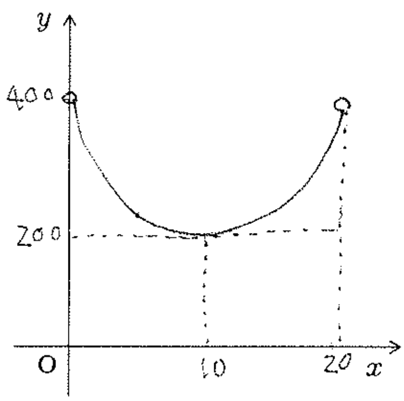
数 学 Ⅰ・Ⅱ

受験番号

1

(1)	(i)	$A \cap B = \{2, 4, 6\}$	(ii)	$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 8\}$
	(iii)	$\overline{A} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$	(iv)	$\overline{B} = \{1, 7, 8, 9\}$
(2)	$C = \{2, 3, 7, 8, 9\}$		$D = \{1, 2, 3\}$	
(3)	$E = \{7, 8, 9\}$		$F = \{1\}$	

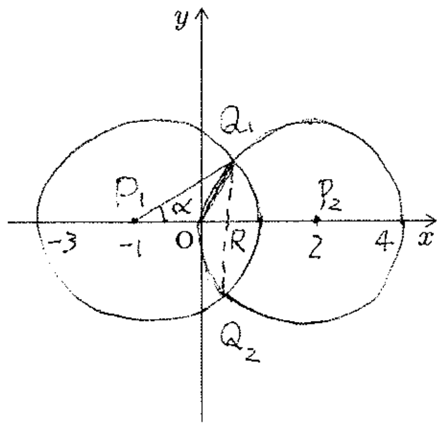
2

(1)	$0 < x < 20$	(5)	
(2)	$u = 20 - x$		
(3)	$f(x) = x^2 + (20 - x)^2$		
(4)	$f(x) = 2(x - 10)^2 + 200$		
(6)	$x = 10$ のとき最小値 200 をとる		
(7)	$x = 10$ のとき最小値 $10\sqrt{2}$ をとる		

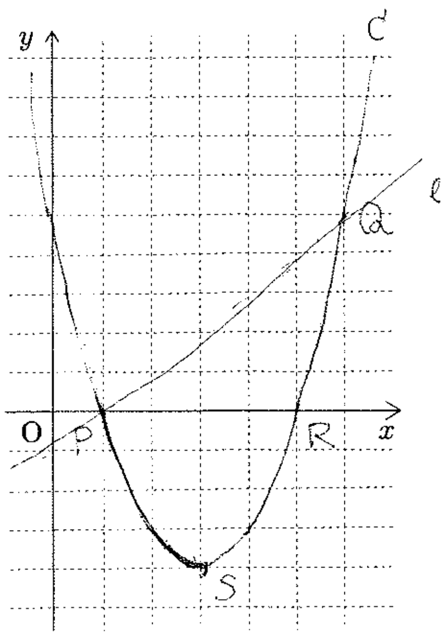
3

(1)	(a)	$x = \frac{3}{2}$	(2)	(a)	$x = 5$
	(b)	$x = -\frac{3}{2}$		(b)	$x = 1$
	(c)	$x = \frac{1}{2}$		(c)	$x = \sqrt{5}$
	(d)	$x = 2$		(d)	$x = 1$
	(e)	$x = -\frac{2}{5}$		(e)	$x = \frac{2}{3}$

4

<table>
<tr><td>(1)</td><td colspan="3">$P_1(\ -1 \ , \ 0 \ )$ $r_1 = 2$</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="3">$P_2(\ 2 \ , \ 0 \ )$ $r_2 = 2$</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td colspan="3">$Q_1(\ \frac{1}{2} \ , \ \frac{\sqrt{7}}{2} \ )$ $Q_2(\ \frac{1}{2} \ , -\frac{\sqrt{7}}{2} \ )$ $R(\ \frac{1}{2} \ , \ 0 \ )$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">(4)</td><td rowspan="4">
</td><td>(5)</td><td>$P_1R = \frac{3}{2}$</td></tr>
<tr><td>(6)</td><td>$\sin\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$</td></tr>
<tr><td>(7)</td><td>$\cos\alpha = \frac{3}{4}$</td></tr>
<tr><td>(8)</td><td>$\tan\alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$</td></tr>
</table>

5

<table>
<tr><td>(1)</td><td>$a = 5$ $b = -1$</td><td>(2)</td><td>$Q(\ 6 \ , \ 5 \ )$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">(5)</td><td rowspan="4">
</td><td>(3)</td><td>$R(\ 5 \ , \ 0 \ )$</td></tr>
<tr><td>(4)</td><td>$S(\ 3 \ , \ -4 \ )$</td></tr>
<tr><td>(6)</td><td>計算
$T = \int_1^6 \{(x-1)-(x^2-6x+5)\}\,dx$
$= \int_1^6 (-x^2+7x-6)\,dx$
$= \left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{7}{2}x^2-6x\right]_1^6$
$= -\frac{1}{3}(6^3-1^3)+\frac{7}{2}(6^2-1^2)-6(6-1)$
$= -\frac{1}{3}\cdot 215+\frac{7}{2}\cdot 35-6\cdot 5$
$= \frac{125}{6}$ $T = \frac{125}{6}$</td></tr>
</table>