

平成31年度 山形県立産業技術短期大学校

## 入学試験問題（推薦）

### 数学Ⅰ・Ⅱ

#### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせて下さい。
- 3 解答用紙に受験番号を正しく記入して下さい。正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
- 4 解答は解答用紙の所定の欄に記入して下さい。
- 5 試験終了後、問題冊子並びに計算用紙は持ち帰って下さい。

1. (1)  $A = x + 1$ ,  $B = x^2 + 2$ ,  $C = x^3 + 3$  のとき, 次の式を  $x$  で表せ.

(1-1)  $A + B + C$  (1-2)  $A - 2B + 3C$  (1-3)  $A^2 + B + C$

(1-4)  $A + B^2 + C$  (1-5)  $A + B + C^2$

(2) 次の式を因数分解せよ.

(2-1)  $x^2 + 4x + 3$  (2-2)  $x^2 + 4xy + 3y^2$  (2-3)  $(x + y)^2 + 4(x + y) + 3$

(2-4)  $x^2 + xy + x + y$  (2-5)  $x + xy + y^2 + y$

2. 定数  $a$  に対し, 2次関数

$$y = x^2 - 2ax + 2a \cdots (*)$$

が与えられている. 2次関数 (\*) のグラフの頂点を  $C$  とする. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) 頂点  $C$  の座標を  $a$  で表せ.

(2) 頂点  $C$  の  $y$  座標が負であるための  $a$  の範囲を求めよ.

(3) 頂点  $C$  の  $y$  座標が負であるとき, グラフと  $x$  軸との2つの交点  $P_1, P_2$  の座標を  $a$  で表せ. ただし,  $P_1$  の  $x$  座標は  $P_2$  の  $x$  座標より小さいとする.

(4)  $a = 1$  のとき, 2次関数 (\*) のグラフを図示せよ (頂点および  $y$  軸との交点を明示せよ).

(5)  $a = 3$  のとき, 2次関数 (\*) のグラフを図示せよ (頂点および  $x$  軸,  $y$  軸との交点を明示せよ).

3. (1)  $a = \log_{10} 2$ ,  $b = \log_{10} 3$  とする. このとき, 次の方程式の解を  $a, b$  で表せ.

(1-1)  $2^x = 3$

(1-2)  $3^x = 2$

(1-3)  $6^x = 2$

(1-4)  $4^x = 12$

(1-5)  $3^x = 18$

(2) 次の方程式を解け.

(2-1)  $\log_2 x = 3$

(2-2)  $\log_3 x = 2$

(2-3)  $\log_2 |x| = 3$

(2-4)  $\log_2 x^2 = 5$

(2-5)  $\log_2(x^2 - 2x - 1) = 1$

4. 座標平面上に原点  $O$  を中心とし、半径 5 の円  $E$  が与えられている。直線  $x = 4$  に対し、 $x$  軸との交点を  $A$ 、円  $E$  との交点のうち第 1 象限の点を  $B$  とする。また、円  $E$  上の点  $C(-5, 0)$  に対し、 $\theta = \angle BCA$  とする。さらに、 $y$  軸上に点  $D$  があり  $\angle DCA = 2\theta$  を満たしている。ただし  $D$  の  $y$  座標は正とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 円  $E$  の方程式を記せ。
- (2) 点  $A$  の座標を求めよ。
- (3) 点  $B$  の座標を求めよ。
- (4) 線分  $AB$  の長さを求めよ。
- (5) 線分  $AC$  の長さを求めよ。
- (6) 線分  $BC$  の長さを求めよ。
- (7)  $\sin \theta$  の値を求めよ。
- (8)  $\cos \theta$  の値を求めよ。
- (9)  $\tan \theta$  の値を求めよ。
- (10)  $\cos 2\theta$  の値を求めよ。
- (11) 線分  $DC$  の長さを求めよ。
- (12) 線分  $OD$  の長さを求めよ。
- (13) 円  $E$  および線分  $AB, BC, CD$  および角  $\theta$  を図示せよ。

5. 原点を  $O$  とする座標平面上に、放物線 ① と直線 ② が次の関数のグラフとして与えられている。

$$\textcircled{1} y = x^2 \quad \textcircled{2} y = ax$$

ただし、 $a$  は正の実数とする。放物線 ① と直線 ② の交点のうち、原点ではない点を  $P$  とする。 $x$  軸に対し、点  $P$  と対象な点を  $Q$  とする。放物線 ① と線分  $OP$  で囲まれた部分の面積を  $S_1$ 、三角形  $POQ$  の面積を  $S_2$ 、また放物線 ① と 2 つの線分  $OQ, PQ$  で囲まれた部分の面積を  $S_3$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点  $P$  の座標を求めよ。
- (2) 点  $Q$  の座標を求めよ。
- (3)  $S_1$  を求めよ。
- (4)  $S_2$  を求めよ。
- (5)  $S_3$  を求めよ。
- (6)  $a = 2$  のとき、放物線 ① および線分  $PQ, PO, QO$  を描き、放物線 ① と 2 つの線分  $OQ, PQ$  で囲まれた部分を斜線で図示せよ。

数学 I・II

受験番号		

1

(1)	(1-1)	$x^3 + x^2 + x + 6$	(2)	(2-1)	$(x+1)(x+3)$
	(1-2)	$3x^3 - 2x^2 + x + 6$		(2-2)	$(x+y)(x+3y)$
	(1-3)	$x^3 + 2x^2 + 2x + 6$		(2-3)	$(x+y+1)(x+y+3)$
	(1-4)	$x^4 + x^3 + 4x^2 + x + 8$		(2-4)	$(x+y)(x+1)$
	(1-5)	$x^6 + 6x^3 + x^2 + x + 12$		(2-5)	$(x+y)(y+1)$

2

(1)	$C(a, -a^2 + 2a)$	(2)	$a < 0, a > 2$	
(3)	$P_1(a - \sqrt{a^2 - 2a}, 0)$			
	$P_2(a + \sqrt{a^2 - 2a}, 0)$			
(4)			(5)	

3

(1)	(1-1)	$x = \frac{b}{a}$	(2)	(2-1)	$x = 8$
	(1-2)	$x = \frac{a}{b}$		(2-2)	$x = 9$
	(1-3)	$x = \frac{a}{a+b}$		(2-3)	$x = \pm 8$
	(1-4)	$x = \frac{2a+b}{2a}$		(2-4)	$x = \pm 4\sqrt{2}$
	(1-5)	$x = \frac{a+2b}{b}$		(2-5)	$x = -1, 3$

4

(1)	$x^2 + y^2 = 25$	(10)	$\cos 2\theta = \frac{4}{5}$
(2)	A ( 4 , 0 )	(11)	$DC = \frac{25}{4}$
(3)	B ( 4 , 3 )	(12)	$OD = \frac{15}{4}$
(4)	AB = 3	(13)	
(5)	AC = 9		
(6)	BC = $3\sqrt{10}$		
(7)	$\sin \theta = \frac{\sqrt{10}}{10}$		
(8)	$\cos \theta = \frac{3\sqrt{10}}{10}$		
(9)	$\tan \theta = \frac{1}{3}$		

5

(1)	P ( a , a <sup>2</sup> )	(5)	計算 $S_3 = S_2 - S_1$ $= a^3 - \frac{a^3}{6}$ $= \frac{5}{6}a^3$ $S_3 = \frac{5}{6}a^3$
(2)	Q ( a , -a <sup>2</sup> )		
(3)	計算 $S_1 = \int_0^a (ax - x^2) dx$ $= \left[ \frac{1}{2}ax^2 - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^a$ $= \frac{1}{2}a^3 - \frac{1}{3}a^3$ $= \frac{1}{6}a^3$ $S_1 = \frac{a^3}{6}$	(6)	
(4)	$S_2 = a^3$		