

平成31年度 山形県立産業技術短期大学校

一般入学試験問題（前期）

数学Ⅰ・Ⅱ

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせて下さい。
- 3 解答用紙に受験番号を正しく記入して下さい。正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
- 4 解答は解答用紙の所定の欄に記入して下さい。
- 5 試験終了後、問題冊子並びに計算用紙は持ち帰って下さい。

1. (1) $X = 1 + \sqrt{2}$, $Y = 1 + 2\sqrt{2}$ とするとき、次の式を $a + b\sqrt{2}$ の形で表せ。ただし、 a, b は有理数とする。

(i) $X + Y$ (ii) XY (iii) $X^2 + Y$ (iv) $X + Y^2$ (v) $X^2 + Y^2$

- (2) 次の式を実数の範囲で因数分解せよ。

(i) $x^2 + 3x + 2$ (ii) $x^2 + 3xy + 2y^2$ (iii) $x^2 + 3\sqrt{2}x + 4$

(iv) $x^2 + xy + x + y$ (v) $x^2 + \sqrt{2}xy + \sqrt{3}x + \sqrt{6}y$

2. 2次関数のグラフ G が次の式で与えられている。

$$y = x^2 + 2ax - 4x + 4$$

ただし、 a は定数で実数とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) グラフ G と y 軸との交点の座標を求めよ。
(2) グラフ G と x 軸との共有点が2個であるとき、定数 a の値の範囲を求めよ。
(3) グラフ G と x 軸との共有点が1個であるとき、定数 a の2つの値 p, q を求めよ。ただし、 $p < q$ とする。
(4) 上記(3)で求めた p に対し、 $a = p$ のときのグラフ G の式を記せ。
(5) 上記(3)で求めた q に対し、 $a = q$ のときのグラフ G の式を記せ。
(6) 上記(3)で求めた p, q に対し、 $a = p$ および $a = q$ のときのそれぞれのグラフ G を同一座標平面上にかけ。
3. 座標平面上に原点 O を中心として半径 10 の円 C がある。直線 $x = 8$ と円 C の交点のうち、第1象限の点を P , 第4象限の点を Q とし、 x 軸との交点を R とする。また、点 $A(10, 0)$ に対し、 $\angle AOP = \angle AOQ = \alpha$, $\angle POQ = \beta$ とする。ただし、 $0^\circ < \alpha < 180^\circ$, $0^\circ < \beta < 180^\circ$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 円 C の方程式を記せ。
(2) 点 P の座標を求めよ。
(3) 点 Q の座標を求めよ。
(4) 点 R の座標を求めよ。
(5) 円 C , 3点 A, P, Q および $\angle AOP$, $\angle AOQ$ を図示せよ。
(6) $\sin \alpha$ の値を求めよ。
(7) $\cos \alpha$ の値を求めよ。
(8) $\sin \beta$ の値を求めよ。
(9) $\cos \beta$ の値を求めよ。

4. 指数関数および対数関数について次の不等式を解け.

(1) $3^x < 3$

(2) $3^x < 27$

(3) $9^x < 27$

(4) $9^{x^2} < 81$

(5) $3^{x^2+2x+1} < 81$

(6) $\log_3 x > 2$

(7) $\log_3(x-1) > 2$

(8) $\log_3(x-1) < 2$

(9) $\log_3(x-1) - \log_3(x-2) < 2$

(10) $\log_3(x-1) - \log_3(x-2) > 2$

5. 3次関数 $f(x)$ が次の式で与えられている.

$$f(x) = x^3 - ax^2 + bx$$

ただし, a と b は定数で実数とする. $y = f(x)$ のグラフは $x = 1$ と $x = 3$ で極値をとる. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ.

(2) 「 $y = f(x)$ のグラフは $x = 1$ で極値をとる」という条件から導かれる a と b の関係式を求めよ.

(3) 「 $y = f(x)$ のグラフは $x = 3$ で極値をとる」という条件から導かれる a と b の関係式を求めよ.

(4) 定数 a, b の値を求めよ.

(5) $f(0), f(1), f(3)$ の値を求めよ.

(6) $f(x)$ の増減表を記せ.

(7) $y = f(x)$ のグラフをかけ.

数学 I・II

受験番号

1

(1)	(i)	$2 + 3\sqrt{2}$	(2)	(i)	$(x+1)(x+2)$
	(ii)	$5 + 3\sqrt{2}$		(ii)	$(x+y)(x+2y)$
	(iii)	$4 + 4\sqrt{2}$		(iii)	$(x+\sqrt{2})(x+2\sqrt{2})$
	(iv)	$10 + 5\sqrt{2}$		(iv)	$(x+1)(x+y)$
	(v)	$12 + 6\sqrt{2}$		(v)	$(x+\sqrt{2}y)(x+\sqrt{3})$

2

(1)	$(0, 4)$	(6)	
(2)	$a < 0, a > 4$		
(3)	$p = 0, q = 4$		
(4)	$y = x^2 - 4x + 4$		
(5)	$y = x^2 + 4x + 4$		

3

(1)	$x^2 + y^2 = 10^2$	(5)	
(2)	P (8 , 6)		
(3)	Q (8 , -6)		
(4)	R (8 , 0)		
(6)	$\sin \alpha = \frac{3}{5}$	(8)	$\sin \beta = \frac{24}{25}$
(7)	$\cos \alpha = \frac{4}{5}$	(9)	$\cos \beta = \frac{7}{25}$

4

(1)	$x < 1$	(6)	$x > 9$
(2)	$x < 3$	(7)	$x > 10$
(3)	$x < \frac{3}{2}$	(8)	$1 < x < 10$
(4)	$-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$	(9)	$x > \frac{17}{8}$
(5)	$-3 < x < 1$	(10)	$2 < x < \frac{17}{8}$

5

(1)	$f(x) = 3x^2 - 2ax + b$																				
(2)	$2a - b - 3 = 0$																				
(3)	$6a - b - 27 = 0$																				
(4)	$a = 6, b = 9$																				
(5)	$f(0) = 0, f(1) = 4, f(3) = 0$																				
(6)	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>...</td> <td>1</td> <td>...</td> <td>3</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>↗</td> <td>4</td> <td>↘</td> <td>0</td> <td>↗</td> </tr> </tbody> </table>	x	...	1	...	3	...	$f'(x)$	+	0	-	0	+	$f(x)$	↗	4	↘	0	↗	(7)	
x	...	1	...	3	...																
$f'(x)$	+	0	-	0	+																
$f(x)$	↗	4	↘	0	↗																