

令和2年度 山形県立産業技術短期大学校

一般入学試験問題（後期）

数学Ⅰ・Ⅱ

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせて下さい。
- 3 解答用紙に受験番号を正しく記入して下さい。正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
- 4 解答は解答用紙の所定の欄に記入して下さい。
- 5 試験終了後、問題冊子並びに計算用紙は持ち帰って下さい。

1. (1) 次の式を展開せよ.

(1-1) $(2x + 5y)^2$

(1-2) $(x + 1)(x + 2)(x + 3)$

(2) 次の式を実数の範囲で因数分解せよ.

(2-1) $x^2 - 5x + 6$

(2-2) $x^3 - 8$

(3) 次の式を $a + bi$ の形で表せ. ただし, a, b は実数, i は虚数単位とする.

(3-1) $(1 + 2i)(3 - 4i)$

(3-2) $\frac{2-i}{1-2i}$

(4) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき, 次の等式を満たす θ をすべて求めよ.

(4-1) $2 \cos \theta = \sqrt{3}$

(4-2) $2 \sin \theta = 1$

(5) 次の等式を満たす x を求めよ.

(5-1) $\log_2 x = 0$

(5-2) $\log_3(x + 1) = 2$

2. 3次関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ を考える. $y = f(x)$ のグラフ G は, 点 A(1, 5), B(3, 1), C(0, 1) を通る. 区間 $0 \leq x \leq 4$ における関数 $f(x)$ の最大値を L , 最小値を M とする. このとき, 次の問い合わせに答えよ. ただし, a, b, c は定数とする.

(1) グラフ G が点 A を通る条件を満たす定数 a, b, c の関係式を求めよ.

(2) グラフ G が点 B を通る条件を満たす定数 a, b, c の関係式を求めよ.

(3) グラフ G が点 C を通る条件を満たす定数 c の値を求めよ.

(4) 定数 a, b の値を求めよ.

(5) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ;

(6) 区間 $0 \leq x \leq 4$ における $f(x)$ の増減表を記せ.

(7) 区間 $0 \leq x \leq 4$ における $y = f(x)$ のグラフをかけ. このとき, 点 A, B, C を明示せよ.

(8) 最大値 L を求め, そのときの x の値をすべて求めよ.

(9) 最小値 M を求め, そのときの x の値をすべて求めよ.

3. 点 Oを中心とする半径 R ($R > 0$) の円に内接する四角形 ABCD がある. 辺の長さは $AB = \sqrt{2}$, $CD = 2$ とする. 対角線 AC で 2つの三角形, $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ に分割する. $\angle ABC = 120^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$ である. この問い合わせに答えよ.

(1) $\angle ACB$ を求めよ.

(2) 辺 BC の長さを求めよ.

(3) 円の半径 R を求めよ.

(4) $\triangle ABC$ の面積 S_1 を求めよ.

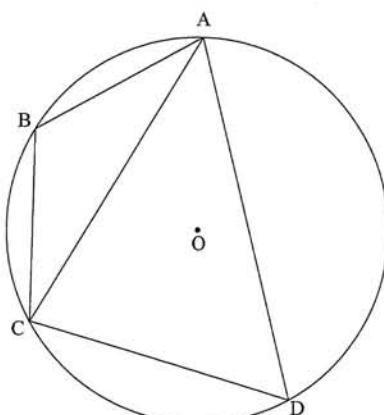
(5) $\angle ADC$ を求めよ.

(6) 辺 AC の長さを求めよ.

(7) 辺 AD の長さを求めよ.

(8) $\triangle ACD$ の面積 S_2 を求めよ.

(9) 四角形 ABCD の面積 S を求めよ.



4. 関数

$$y = 3 - \left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^{2x}$$

が与えられている。ただし、 x のとり得る範囲は $-2 \leq x \leq 2$ である。 $t = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ とするとき、 y は t の関数 $y = f(t)$ として表わされる。このとき、次の問い合わせに答えよ。

- (1) 関数 $f(t)$ を求めよ。
- (2) 関数 $f(t)$ の導関数 $f'(t)$ を求めよ。
- (3) $\left(\frac{1}{2}\right)^2, \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ の値を求めよ。
- (4) x が $-2 \leq x \leq 2$ の範囲を動くとき、 $t = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ のグラフをかけ。
- (5) x が $-2 \leq x \leq 2$ の範囲を動くとき、 $t = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ のとり得る範囲を求めよ。
- (6) 関数 $f(t)$ の増減表を記せ。ただし、 t は(5)で求めた範囲を動くとする。
- (7) 関数 y の最大値を求め、そのときの、 t および x の値を求めよ。
- (8) 関数 y の最小値を求め、そのときの、 t および x の値を求めよ。

5. 関数 $f(x) = x^2 - 1$ とする。座標平面上の放物線 $C : y = f(x)$ の頂点を点 A とする。 C 上の点 $P_1(2, 3), P_2(-2, 3)$ における接線を、それぞれ l_1, l_2 とする。 l_1 と l_2 の共有点を点 B とする。 l_1, l_2 および C で囲まれた部分の面積を S とする。このとき、次の問い合わせに答えよ。

- (1) 点 A の座標を求めよ。
- (2) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。
- (3) 接線 l_1 の方程式を求めよ。
- (4) 接線 l_2 の方程式を求めよ。
- (5) 点 B の座標を求めよ。
- (6) 放物線 C と接線 l_1, l_2 をかき、 C および l_1, l_2 で囲まれた部分を斜線で図示せよ。このとき、点 A, B, P_1, P_2 を明示せよ。
- (7) 面積 S を求めよ。

受験番号			

数学 I・II

1

(1-1)	$4x^2 + 20xy + 25y^2$	(1-2)	$x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
(2-1)	$(x-2)(x-3)$	(2-2)	$(x-2)(x^2 + 2x + 4)$
(3-1)	$11 + 2\bar{z}$	(3-2)	$\frac{4}{5} + \frac{3}{5}\bar{z}$
(4-1)	$\theta = 30^\circ$	(4-2)	$\theta = 30^\circ, 150^\circ$
(5-1)	$x = 1$	(5-2)	$x = 8$

2

(1)	$a+b+c = 4$	(2)	$9a+3b+c = -26$																								
(3)	$c = 1$	(4)	$a = -6, b = 9$																								
(5)	$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$																										
(6)	増減表																										
	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>0</td><td>...</td><td>1</td><td>...</td><td>3</td><td>...</td><td>4</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td>1</td><td>↗</td><td>5</td><td>↘</td><td>1</td><td>↗</td><td>5</td> </tr> </table>	x	0	...	1	...	3	...	4	$f'(x)$	+	0	-	0	+			$f(x)$	1	↗	5	↘	1	↗	5		
x	0	...	1	...	3	...	4																				
$f'(x)$	+	0	-	0	+																						
$f(x)$	1	↗	5	↘	1	↗	5																				
(7)																											
(8)	最大値 $L = 5$	$x = 1, 4$																									
(9)	最小値 $M = 1$	$x = 0, 3$																									

3

(1)	$\angle ACB = 30^\circ$	(2)	$BC = \sqrt{2}$
(3)	$R = \sqrt{2}$	(4)	$S_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$
(5)	$\angle ADC = 60^\circ$	(6)	$AC = \sqrt{6}$
(7)	$AD = 1 + \sqrt{3}$	(8)	$S_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}$
(9)	$S = \frac{3}{2} + \sqrt{3}$		

4

(1)	$f(t) = 3 - t + t^2$	(3)	$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$																
(2)	$f'(t) = -1 + 2t$		$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$																
(4)		(5)	$\frac{1}{4} \leq t \leq 4$																
		(6)	<p>増減表</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>t</th> <th>$\frac{1}{4}$</th> <th>...</th> <th>$\frac{1}{2}$</th> <th>...</th> <th>4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>$f'(t)$</th> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <th>$f(t)$</th> <td>$\frac{45}{16}$</td> <td>↘</td> <td>$\frac{11}{4}$</td> <td>↗</td> <td>15</td> </tr> </tbody> </table>	t	$\frac{1}{4}$...	$\frac{1}{2}$...	4	$f'(t)$	-	0	+			$f(t)$	$\frac{45}{16}$	↘	$\frac{11}{4}$
t	$\frac{1}{4}$...	$\frac{1}{2}$...	4														
$f'(t)$	-	0	+																
$f(t)$	$\frac{45}{16}$	↘	$\frac{11}{4}$	↗	15														
(7)	最大值 $y = 15$	$t = 4$, $x = -2$																
(8)	最小值 $y = \frac{11}{4}$	$t = \frac{1}{2}$, $x = 1$																

5

(1)	A(0, -1)	(6)	
(2)	$f'(x) = 2x$		
(3)	$l_1: y = 4x - 5$		
(4)	$l_2: y = -4x - 5$		
(5)	B(0, -5)		
(7)	<p>計算</p> $\begin{aligned} S &= \int_0^2 \{(x^2 - 1) - (4x - 5)\} dx + \int_{-2}^0 \{(x^2 - 1) - (-4x - 5)\} dx \\ &= 2 \int_0^2 (x^2 - 4x + 4) dx \\ &= 2 \left[\frac{1}{3}(x-2)^3 \right]_0^2 \\ &= \frac{16}{3} \end{aligned}$	$S = \frac{16}{3}$	