

# 令和2年度 山形県立産業技術短期大学校

## 入学試験問題（推薦）

### 数学Ⅰ・Ⅱ

#### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせて下さい。
- 3 解答用紙に受験番号を正しく記入して下さい。正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
- 4 解答は解答用紙の所定の欄に記入して下さい。
- 5 試験終了後、問題冊子並びに計算用紙は持ち帰って下さい。

1. 4つの集合  $U, A, B, C$  が次のように与えられている.

$$U = \{n \mid n \text{ は } 1 \text{ 以上 } 30 \text{ 以下の自然数}\}$$

$$A = \{n \mid n \in U, n \text{ は } 2 \text{ の倍数}\}$$

$$B = \{n \mid n \in U, n \text{ は } 3 \text{ の倍数}\}$$

$$C = \{n \mid n \in U, n \text{ は } 5 \text{ の倍数}\}$$

また,  $D = A \cap B$ ,  $E = A \cap C$ ,  $F = B \cap C$ ,  $G = A \cap B \cap C$ ,  $H = (A \cap B) \cup C$  とする.  
このとき, 次の集合の要素を書き並べて表せ.

- (1)  $A$
- (2)  $B$
- (3)  $C$
- (4)  $D$
- (5)  $E$
- (6)  $F$
- (7)  $G$
- (8)  $H$

2. 座標平面上に放物線と直線があり, 方程式は次の式で与えられている.

$$y = x^2 + 1 \cdots \cdots \textcircled{1} \quad y = x + 3 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

放物線  $\textcircled{1}$  の頂点を  $A$  とする. 放物線  $\textcircled{1}$  と直線  $\textcircled{2}$  の共有点を  $B, C$  とする. ただし,  $B$  の  $x$  座標は正,  $C$  の  $x$  座標は負であるとする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 点  $A$  の座標を求めよ.
- (2) 点  $B, C$  の座標を求めよ.
- (3) 放物線  $\textcircled{1}$  と直線  $\textcircled{2}$  をかき,  $\textcircled{1}$  と  $\textcircled{2}$  で囲まれた部分を斜線で図示せよ. このとき, 点  $A, B, C$  を明示せよ.
- (4) 放物線  $\textcircled{1}$  と直線  $\textcircled{2}$  で囲まれた部分の面積  $S$  を求めよ.

### 3. 対数関数

$$y = (\log_2 x)^2 - 2\log_2 x + 1$$

が与えられている。ただし、 $x$ のとり得る範囲は $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$ である。 $t = \log_2 x$ とすると、 $y$ は $t$ の関数 $y = f(t)$ として表される。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(t)$ を求めよ。
- (2)  $\log_2 \frac{1}{2}$ ,  $\log_2 2$ の値を求めよ。
- (3)  $x$ が $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$ の範囲を動くとき、 $t = \log_2 x$ のとり得る範囲を求めよ。
- (4)  $y = f(t)$ のグラフをかけ。ただし、 $t$ は(2)で求めた範囲を動くとする。
- (5) 関数 $y$ の最大値を求め、そのときの、 $t$ および $x$ の値を求めよ。
- (6) 関数 $y$ の最小値を求め、そのときの、 $t$ および $x$ の値を求めよ。

### 4. 原点をOとする座標平面上に円と直線があり、方程式は次の式で与えられている。

$$x^2 + y^2 = 4 \cdots \cdots \textcircled{1} \quad x = 1 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

円①と直線②の共有点をA, Bとする。ただし、Aの $y$ 座標は正、Bの $y$ 座標は負である。直線②と $x$ 軸との共有点をCとする。円①と $x$ 軸との共有点をD, Eとする。ただし、Dの $x$ 座標は正、Eの $x$ 座標は負である。 $\alpha = \angle AOB$  ( $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ )とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点A, Bの座標を求めよ。
- (2) 点Cの座標を求めよ。
- (3) 点D, Eの座標を求めよ。
- (4) 円①, 直線②, 点A, B, C, D, E, 線分OA, OB, および角 $\alpha$ を図示せよ。
- (5) 線分OAの長さを求めよ。
- (6) 線分ACの長さを求めよ。
- (7)  $\sin \frac{\alpha}{2}$ ,  $\cos \frac{\alpha}{2}$ ,  $\tan \frac{\alpha}{2}$ の値を求めよ。
- (8)  $\alpha$ の値を求めよ。

### 5. 定数 $a, b$ に対し、関数 $f(x) = x^3 + ax + b$ が与えられている。 $y = f(x)$ のグラフは点A(-1, 3), B(1, -1)を通る。次の問いに答えよ。

- (1)  $y = f(x)$ のグラフが点Aを通る条件を満たす定数 $a, b$ の関係式を求めよ。
- (2)  $y = f(x)$ のグラフが点Bを通る条件を満たす定数 $a, b$ の関係式を求めよ。
- (3) 定数 $a, b$ の値を求めよ。
- (4)  $f(0)$ の値を求めよ。
- (5)  $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。
- (6)  $y = f(x)$ の増減表を記せ。
- (7)  $y = f(x)$ のグラフをかけ。

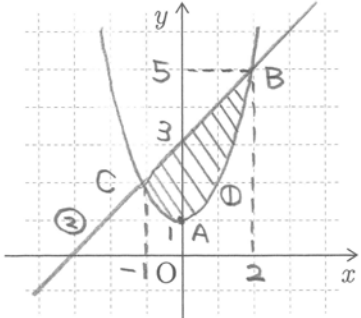
# 数学 I・II

受験番号		

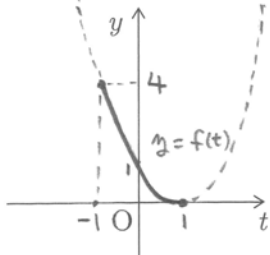
1

(1)	$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30\}$	
(2)	$B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$	
(3)	$C = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$	
(4)	$D = \{6, 12, 18, 24, 30\}$	(5) $E = \{10, 20, 30\}$
(6)	$F = \{15, 30\}$	(7) $G = \{30\}$
(8)	$H = \{5, 6, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 25, 30\}$	

2

(1)	A ( 0 , 1 )		計算 $S = \int_{-1}^2 \{ (x+3) - (x^2+1) \} dx$ $= \int_{-1}^2 (-x^2 + x + 2) dx$ $= \left[ -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x \right]_{-1}^2$ $= \frac{9}{2}$
(2)	B ( 2 , 5 )		
	C ( -1 , 2 )		
(3)		(4)	$S = \frac{9}{2}$

3

(1)	$f(t) = t^2 - 2t + 1$		
(2)	$\log_2 \frac{1}{2} = -1$ , $\log_2 2 = 1$		
(3)	$-1 \leq t \leq 1$		
(5)	$t = -1$ のとき $x = \frac{1}{2}$ , 最大値 $y = 4$	(4)	
(6)	$t = 1$ のとき $x = 2$ , 最小値 $y = 0$		

4

(1)	A( 1 , $\sqrt{3}$ )	(4)	
	B( 1 , $-\sqrt{3}$ )		
(2)	C( 1 , 0 )		
(3)	D( 2 , 0 )		
	E( -2 , 0 )		
(5)	OA = 2	(6)	AC = $\sqrt{3}$
(7)	$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , $\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$ , $\tan \frac{\alpha}{2} = \sqrt{3}$		
(8)	$\alpha = 120^\circ$		

5

(1)	$a - b = -4$	(2)	$a + b = -2$																		
(3)	$a = -3$	(4)	$f(0) = 1$																		
	$b = 1$	(5)	$f'(x) = 3x^2 - 3$																		
(6)	增減表	(7)																			
	<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>...</td> <td>-1</td> <td>...</td> <td>1</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td>↗</td> <td>3</td> <td>↘</td> <td>-1</td> <td>↗</td> </tr> </table>			$x$	...	-1	...	1	...	$f'(x)$	+	0	-	0	+	$f(x)$	↗	3	↘	-1	↗
	$x$			...	-1	...	1	...													
$f'(x)$	+	0	-	0	+																
$f(x)$	↗	3	↘	-1	↗																