

令和2年度 山形県立産業技術短期大学校

一般入学試験問題（前期）

数学Ⅰ・Ⅱ

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせて下さい。
- 3 解答用紙に受験番号を正しく記入して下さい。正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
- 4 解答は解答用紙の所定の欄に記入して下さい。
- 5 試験終了後、問題冊子並びに計算用紙は持ち帰って下さい。

1. (1) 次の式を展開せよ.

(1-1) $(2x+1)(3x+4)$ (1-2) $(x+2)^2(x-2)^2$

(2) 次の式を因数分解せよ.

(2-1) $x^2 - 5x + 6$ (2-2) $3x^2 + 5x - 12$

(3) 次の式を $a + b\sqrt{2}$ の形で表せ. ただし, a, b は有理数とする.

(3-1) $(1 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})$ (3-2) $\frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$ (3-3) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}}$

(4) 次の式を $a + bi$ の形で表せ. ただし, a, b は実数, i は虚数単位とする.

(4-1) $(1 + 3i)(2 + i)$ (4-2) $\frac{1}{2 + 3i}$ (4-3) $\frac{3 + i}{i}$

2. 3^n が 320^{10} と同じ桁数となる最小の自然数 n を N とする. このとき, 次の問いに答えよ. ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする.

(1) $\log_{10} 10$ の値を求めよ.

(2) $\log_{10} 32$ を $\log_{10} 2$ で表せ.

(3) $\log_{10} 320$ を $\log_{10} 2$ で表せ.

(4) $\log_{10} 320^{10}$ の値を求めよ.

(5) 320^{10} の桁数を求めよ.

(6) N の値を求めよ.

3. 2次関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ を考える. 放物線 $y = f(x)$ のグラフ G は, 点 $A(2, 3)$, $B(-1, 0)$, $C(0, 3)$ を通る. 放物線のグラフ G の頂点を点 D とする. 区間 $-1 \leq x \leq 2$ における関数 $f(x)$ の最大値を L , 最小値を M とする. このとき, 次の問いに答えよ. ただし, a, b, c は定数とする.

(1) グラフ G が点 A を通る条件を満たす定数 a, b, c の関係式を求めよ.

(2) グラフ G が点 B を通る条件を満たす定数 a, b, c の関係式を求めよ.

(3) グラフ G が点 C を通る条件を満たす定数 c の値を求めよ.

(4) 定数 a, b の値を求めよ.

(5) 点 D の座標を求めよ.

(6) 区間 $-1 \leq x \leq 2$ における $y = f(x)$ のグラフをかけ. このとき, 点 A, B, C, D を明示せよ.

(7) 最大値 L を求め, そのときの x の値を求めよ.

(8) 最小値 M を求め, そのときの x の値を求めよ.

4. 三角関数

$$y = \cos^2 x + 2 \cos x - 1$$

が与えられている。ただし、 x のとり得る範囲は $0 \leq x \leq \pi$ である。 $t = \cos x$ とするとき、 y は t の関数 $y = f(t)$ として表わされる。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(t)$ を求めよ。
- (2) 関数 $f(t)$ の導関数 $f'(t)$ を求めよ。
- (3) $\cos 0, \cos \pi$ の値を求めよ。
- (4) x が $0 \leq x \leq \pi$ の範囲を動くとき、 $t = \cos x$ のグラフをかけ。
- (5) x が $0 \leq x \leq \pi$ の範囲を動くとき、 $t = \cos x$ のとり得る範囲を求めよ。
- (6) $y = f(t)$ の増減表を記せ。ただし、 t は (5) で求めた範囲を動くとする。
- (7) 関数 y の最大値を求め、そのときの、 t および x の値を求めよ。
- (8) 関数 y の最小値を求め、そのときの、 t および x の値を求めよ。

5. 座標平面上に2つの放物線があり、方程式は次の式で与えられている。

$$y = x^2 - x - \frac{3}{4} \cdots \cdots \textcircled{1} \quad y = -2x^2 + 2x + \frac{3}{2} \cdots \cdots \textcircled{2}$$

放物線 ① の頂点を A、放物線 ② の頂点を B とする。① と ② の共有点を C, D とする。ただし、C の x 座標は正、D の x 座標は負であるとする。① および ② と y 軸との共有点を、それぞれ E, F とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 A の座標を求めよ。
- (2) 点 B の座標を求めよ。
- (3) 点 C, D の座標を求めよ。
- (4) 点 E, F の座標を求めよ。
- (5) 放物線 ① と放物線 ② をかき、① と ② で囲まれた部分を斜線で図示せよ。このとき、点 A, B, C, D, E, F を明示せよ。
- (6) 放物線 ① と放物線 ② で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

数 学 I・II

受験番号			

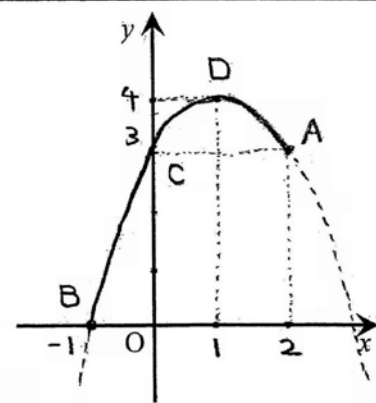
1

(1-1)	$6x^2+11x+4$	(1-2)	x^4-8x^2+16
(2-1)	$(x-2)(x-3)$	(2-2)	$(x+3)(3x-4)$
(3-1)	$1+2\sqrt{2}$	(3-2)	$-3-2\sqrt{2}$
(3-3)	$3-2\sqrt{2}$	(4-1)	$-1+7i$
(4-2)	$\frac{2}{13} - \frac{3}{13}i$	(4-3)	$1-3i$

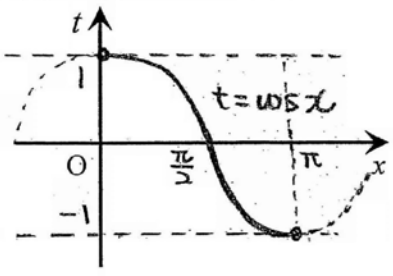
2

(1)	$\log_{10} 10 = 1$	(6)	計算 次の不等式を満たす最小の自然数 n が N である。 $\frac{25}{\log_{10} 3} \leq n < \frac{26}{\log_{10} 3}$ $\log_{10} 3 = 0.4771$ を用いると、 $\frac{25}{\log_{10} 3} = 52.39 \dots$ $\frac{26}{\log_{10} 3} = 54.49 \dots$ よて、 $N = 53$
(2)	$\log_{10} 32 = 5 \log_{10} 2$		
(3)	$\log_{10} 320 = 1 + 5 \log_{10} 2$		
(4)	$\log_{10} 320^{10} = 25.05$		
(5)	26 桁		

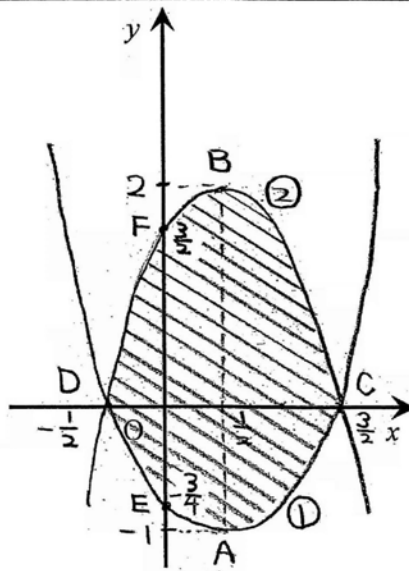
3

(1)	$4a+2b+c=3$	(6)	
(2)	$a-b+c=0$		
(3)	$c = 3$		
(4)	$a = -1, b = 2$		
(5)	$D(1, 4)$		
(7)	$x = 1$ のとき最大値 $L = 4$	(8)	$x = -1$ のとき最小値 $M = 0$

4

(1)	$f(t) = t^2 + 2t - 1$	(3)	$\cos 0 = 1$											
(2)	$f'(t) = 2t + 2$		$\cos \pi = -1$											
(4)		(6)	增減表											
(5)	$-1 \leq t \leq 1$		<table border="1"> <tr> <td>t</td><td>-1</td><td>...</td><td>1</td></tr> <tr> <td>$f'(t)$</td><td></td><td>+</td><td></td></tr> <tr> <td>$f(t)$</td><td>-2</td><td>↗</td><td>2</td></tr> </table>	t	-1	...	1	$f'(t)$		+		$f(t)$	-2	↗
t	-1	...	1											
$f'(t)$		+												
$f(t)$	-2	↗	2											
(7)	最大值 $y = 2$ $t = 1$, $x = 0$													
(8)	最小值 $y = -2$ $t = -1$, $x = \pi$													

5

(1)	A($\frac{1}{2}$, -1)	(5)	
(2)	B($\frac{1}{2}$, 2)		
(3)	C($\frac{3}{2}$, 0)		
	D($-\frac{1}{2}$, 0)		
(4)	E(0 , $-\frac{3}{4}$)		
	F(0 , $\frac{3}{2}$)		
(6)	計算 $S = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \{ (-2x^2 + 2x + \frac{3}{2}) - (x^2 - x - \frac{3}{4}) \} dx$ $= \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} (-3x^2 + 3x + \frac{9}{4}) dx$ $= \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \{ -3(x - \frac{1}{2})^2 + 3 \} dx$ $= [-(x - \frac{1}{2})^3 + 3(x - \frac{1}{2})]_{-\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} = 4$ $S = 4$		