

令和3年度 山形県立産業技術短期大学校

一般入学試験問題（後期）

数学Ⅰ・Ⅱ

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせて下さい。
- 3 解答用紙に受験番号を正しく記入して下さい。正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
- 4 解答は解答用紙の所定の欄に記入して下さい。
- 5 試験終了後、問題冊子並びに計算用紙は持ち帰って下さい。

1. (1) 次の式を展開せよ.

(1-1) $(x+2)^3$ (1-2) $(x+3)(x-3)(x^2+9)$

(2) 次の式を因数分解せよ.

(2-1) $3x^2+x-2$ (2-2) x^4-8x^2+16

(3) $\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}+1}, \beta = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ のとき, 次の式の値を求めよ. ただし, 値が分数の場合は分母を有理化せよ.

(3-1) $\alpha + \beta$ (3-2) $\alpha^3 + \beta^3$

(4) 次の方程式を解け.

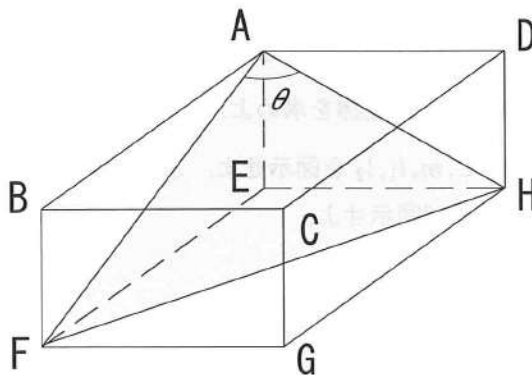
(4-1) $|x-1|=3$ (4-2) $|x^2-2x|=1$

2. 2次関数 $f(x) = a(x-p)^2 + q$ を考える. $y = f(x)$ のグラフ G の軸は直線 $x=1$ で, G は2点 $A(-1,3), B(2,0)$ を通る. 区間 $-1 \leq x \leq 2$ における関数 $f(x)$ の最大値を L , 最小値を M とする. このとき, 次の問いに答えよ. ただし, a, p, q は定数とする.

- (1) $y = f(x)$ のグラフ G の軸が $x=1$ である p の値を求めよ.
- (2) グラフ G が点 A を通る条件を満たす a, q の関係式を求めよ.
- (3) グラフ G が点 B を通る条件を満たす a, q の関係式を求めよ.
- (4) a, q の値を求めよ.
- (5) 区間 $-1 \leq x \leq 2$ における $y = f(x)$ のグラフをかけ. このとき, 点 A, B を明示せよ.
- (6) 最大値 L を求め, そのときの x の値を求めよ.
- (7) 最小値 M を求め, そのときの x の値を求めよ.

3. 辺の長さが $AB=2, AD=\sqrt{3}, AE=1$ である直方体 $ABCD-EFGH$ がある. $\angle FAH = \theta$ とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 線分 AF の長さを求めよ.
- (2) 線分 AH の長さを求めよ.
- (3) 線分 FH の長さを求めよ.
- (4) $\cos \theta$ の値を求めよ.
- (5) $\sin \theta$ の値を求めよ.
- (6) $\triangle FAH$ の面積 S を求めよ.



4. 関数

$$y = 2(\log_2 x)^3 - 3(\log_2 x)^2 - 3$$

が与えられている。ただし、 x のとり得る範囲は $\frac{1}{2} \leq x \leq 4$ である。 $t = \log_2 x$ とすると、 y は t の関数 $y = f(t)$ として表される。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(t)$ を求めよ。
- (2) 関数 $f(t)$ の導関数 $f'(t)$ を求めよ。
- (3) $\log_2 \frac{1}{2}$, $\log_2 4$ の値を求めよ。
- (4) x が $\frac{1}{2} \leq x \leq 4$ の範囲を動くとき、 $t = \log_2 x$ のグラフをかけ。
- (5) x が $\frac{1}{2} \leq x \leq 4$ の範囲を動くとき、 $t = \log_2 x$ のとり得る値の範囲を求めよ。
- (6) 関数 $f(t)$ の増減表を記せ。ただし、 t は (5) で求めた範囲を動くとする。
- (7) 関数 y の最大値を求め、そのときの、 t および x の値を求めよ。
- (8) 関数 y の最小値を求め、そのときの、 t および x の値を求めよ。

5. xy 平面上に放物線 C と直線 m が次の式で与えられている。

$$C: y = x^2 \quad m: y = \frac{3}{4}$$

C と m の共有点 A_1, A_2 の x 座標をそれぞれ α, β ($\alpha < \beta$) とする。放物線 C の点 A_1 における接線を l_1 、放物線 C の点 A_2 における接線を l_2 とする。接線 l_1, l_2 の交点を Q とし、 C, l_1, l_2 で囲まれた部分の面積を S とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) α, β の値を求めよ。
- (2) 接線 l_1 の方程式を求めよ。
- (3) 接線 l_2 の方程式を求めよ。
- (4) 点 Q の座標を求めよ。
- (5) C, m, l_1, l_2 を図示せよ。このとき、 A_1, A_2, Q を明示し、 C, l_1, l_2 で囲まれた部分を斜線で図示せよ。
- (6) 面積 S を求めよ。

数 学 I · II

受験番号		

1

(1-1)	$x^3 + 6x^2 + 12x + 8$	(1-2)	$x^4 - 81$
(2-1)	$(3x - 2)(x + 1)$	(2-2)	$(x + 2)^2(x - 2)^2$
(3-1)	$\alpha + \beta = 2\sqrt{2}$	(3-2)	$\alpha^3 + \beta^3 = 10\sqrt{2}$
(4-1)	$x = -2, 4$	(4-2)	$x = 1, 1 \pm \sqrt{2}$

2

(1)	$p = 1$	(5)	
(2)	$4a + q = 3$		
(3)	$a + q = 0$		
(4)	$a = 1, q = -1$		
(6)	最大値 $L = 3$ $x = -1$	(7)	最小値 $M = -1$ $x = 1$

3

(1)	$AF = \sqrt{5}$	(2)	$AH = 2$
(3)	$FH = \sqrt{7}$	(4)	$\cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{10}$
(5)	$\sin \theta = \frac{\sqrt{95}}{10}$	(6)	$S = \frac{\sqrt{19}}{2}$

4

(1)	$f(t) = 2t^3 - 3t^2 - 3$	(4)																							
(2)	$f'(t) = 6t^2 - 6t$																								
(3)	$\log_2 \frac{1}{2} = -1$ $\log_2 4 = 2$																								
(5)	$-1 \leq t \leq 2$	(7)	最大值 $y = 1$																						
(6)	增減表	(8)	最小值 $y = -8$																						
	<table border="1"> <tr> <td>t</td> <td>-1</td> <td>...</td> <td>0</td> <td>...</td> <td>1</td> <td>...</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>f'(t)</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td></td> </tr> <tr> <td>f(t)</td> <td>-8</td> <td>↗</td> <td>-3</td> <td>↘</td> <td>-4</td> <td>↗</td> <td>1</td> </tr> </table>		t	-1	...	0	...	1	...	2	f'(t)		+	0	-	0	+		f(t)	-8	↗	-3	↘	-4	↗
t	-1	...	0	...	1	...	2																		
f'(t)		+	0	-	0	+																			
f(t)	-8	↗	-3	↘	-4	↗	1																		
			$t = -1, x = \frac{1}{2}$																						

5

(1)	$\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$	(5)	
(2)	$l_1: y = -\sqrt{3}x - \frac{3}{4}$		
(3)	$l_2: y = \sqrt{3}x - \frac{3}{4}$		
(4)	$Q(0, -\frac{3}{4})$		
(6)	計算 $S = 2 \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \{x^2 - (\sqrt{3}x - \frac{3}{4})\} dx$ $= 2 \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + \frac{3}{4}x \right]_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ $= 2 \left\{ \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{8} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) - 0 \right\}$ $= \frac{\sqrt{3}}{4} \quad S = \frac{\sqrt{3}}{4}$		