

# 令和3年度 山形県立産業技術短期大学校

## 一般入学試験問題（前期）

### 数学Ⅰ・Ⅱ

#### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせて下さい。
- 3 解答用紙に受験番号を正しく記入して下さい。正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
- 4 解答は解答用紙の所定の欄に記入して下さい。
- 5 試験終了後、問題冊子並びに計算用紙は持ち帰って下さい。

1. (1) 次の式を展開せよ.

(1-1)  $(x - 2y)(x + 3y)$

(1-2)  $(2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$

(2) 次の式を因数分解せよ.

(2-1)  $x^2 - 13x - 30$

(2-2)  $2x^2 + 3x + 1$

(3) 次の式を  $a + bi$  の形で表せ. ただし,  $a, b$  は実数で,  $i$  は虚数単位とする.

(3-1)  $(1 + 2i)^2$

(3-2)  $\frac{1+3i}{1-3i}$

(4) 次の式を  $a + b\sqrt{3}$  の形で表せ. ただし,  $a, b$  は有理数とする.

(4-1)  $(1 + \sqrt{3})^2$

(4-2)  $\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$

(5) 次の方程式を解け.

(5-1)  $81^{2-x} = 27^x$

(5-2)  $4^x - 2^{x+2} - 32 = 0$

2. 関数  $f(x)$  を

$$f(x) = ||x - 2| - 1|$$

で定義する. 次の問い合わせに答えよ.

(1)  $x \geqq 3$  のとき,  $f(x)$  のすべての絶対値記号をはずせ.

(2)  $2 \leqq x < 3$  のとき,  $f(x)$  のすべての絶対値記号をはずせ.

(3)  $1 \leqq x < 2$  のとき,  $f(x)$  のすべての絶対値記号をはずせ.

(4)  $x < 1$  のとき,  $f(x)$  のすべての絶対値記号をはずせ.

(5)  $y = f(x)$  のグラフをかけ.

(6)  $x$  についての方程式  $f(x) = a$  が解をもたないとき, 定数  $a$  の値の範囲を求めよ.

(7)  $x$  についての方程式  $f(x) = a$  が相異なる 4 つの解をもつとき, 定数  $a$  の値の範囲を求めよ.

3. 自然数  $12^{59}$  の桁数を  $N$  とする. 次の問い合わせに答えよ. ただし,  $\log_{10} 2 = 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 = 0.4771$  とする.

(1)  $\log_{10} 4$  の値を求めよ.

(2)  $\log_{10} 12$  の値を求めよ.

(3)  $\log_{10} 12^{59}$  の値を求めよ.

(4)  $N$  の値を求めよ.

(5)  $\log_{10}(4 \times 10^{N-1})$  の値を求めよ. ただし,  $N$  は(4)で求めた桁数とする.

(6)  $\log_{10} 5$  の値を求めよ.

(7)  $\log_{10}(5 \times 10^{N-1})$  の値を求めよ. ただし,  $N$  は(4)で求めた桁数とする.

(8)  $12^{59}$  の最高位の数を求めよ.

4. 2次関数  $f(x) = x^2 + ax + b$  を考える。曲線  $C : y = f(x)$  は、点  $P_1(-1, 0)$ ,  $P_2(3, 8)$  を通る。 $C$  上の点  $P_1$  における接線を  $l_1$ ,  $C$  上の点  $P_2$  における接線を  $l_2$  とし、 $l_1$  と  $l_2$  の交点を  $Q$  とする。次の問い合わせに答えよ。ただし、 $a, b$  は定数とする。

- (1) 曲線  $C$  が点  $P_1$  を通る条件を満たす定数  $a, b$  の関係式を求めよ。
- (2) 曲線  $C$  が点  $P_2$  を通る条件を満たす定数  $a, b$  の関係式を求めよ。
- (3) 定数  $a, b$  の値を求めよ。
- (4) 関数  $f(x)$  の導関数  $f'(x)$  を求めよ。
- (5) 接線  $l_1$  の方程式を求めよ。
- (6) 接線  $l_2$  の方程式を求めよ。
- (7) 点  $Q$  の座標を求めよ。
- (8) 曲線  $C$ , 接線  $l_1$  および接線  $l_2$  を図示せよ。このとき、点  $P_1, P_2, Q$  を明示せよ。

## 5. 関数

$$y = \sin^3 x - 6 \sin^2 x + 10$$

が与えられている。ただし、 $x$  のとり得る範囲は  $-\pi < x \leq \pi$  である。 $t = \sin x$  とすると、 $y$  は  $t$  の関数  $y = f(t)$  として表される。次の問い合わせに答えよ。

- (1) 関数  $f(t)$  を求めよ。
- (2) 関数  $f(t)$  の導関数  $f'(t)$  を求めよ。
- (3)  $x$  が  $-\pi < x \leq \pi$  の範囲を動くとき、 $t = \sin x$  のグラフをかけ。
- (4)  $x$  が  $-\pi < x \leq \pi$  の範囲を動くとき、 $t = \sin x$  のとり得る範囲を求めよ。
- (5) 関数  $f(t)$  の増減表を記せ。ただし、 $t$  は(4)で求めた範囲を動くとする。
- (6) 関数  $y$  の最大値を求め、そのときの、 $t$  および  $x$  の値をすべて求めよ。
- (7) 関数  $y$  の最小値を求め、そのときの、 $t$  および  $x$  の値をすべて求めよ。

## 数 学 I • II

受験番号			

1

(1-1)	$x^2 + xy - 6y^2$	(1-2)	$8x^3 + 1$
(2-1)	$(x-15)(x+2)$	(2-2)	$(2x+1)(x+1)$
(3-1)	$-3+4\bar{z}$	(3-2)	$-\frac{4}{5} + \frac{3}{5}\bar{z}$
(4-1)	$4+2\sqrt{3}$	(4-2)	$7-4\sqrt{3}$
(5-1)	$x = \frac{8}{7}$	(5-2)	$x = 3$

2

(1)	$f(x) = x - 3$	(5)	
(2)	$f(x) = 3 - x$		
(3)	$f(x) = x - 1$		
(4)	$f(x) =  -x $		
(6)	$a < 0$		
(7)	$0 < a < 1$		

3

(1)	0.6020	(2)	1.0791
(3)	63.6669	(4)	$N = 64$
(5)	63.6020	(6)	0.6990
(7)	63.6990	(8)	4

4

(1)	$a - b - 1 = 0$	(8)	
(2)	$3a + b + 1 = 0$		
(3)	$a = 0, b = -1$		
(4)	$f'(x) = 2x$		
(5)	$y = -2x - 2$		
(6)	$y = 6x - 10$		
(7)	$Q(1, -1)$		

5

(1)	$f(t) = t^3 - 6t^2 + 10$	(2)	$f'(t) = 3t^2 - 12t$																		
(3)																					
(4)	$-1 \leq t \leq 1$		最大值 $y = 10$																		
(5)	<table border="1"> <tr> <td><math>t</math></td> <td>-1</td> <td>...</td> <td>0</td> <td>...</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td><math>f'(t)</math></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>f(t)</math></td> <td>3</td> <td>↗</td> <td>10</td> <td>↘</td> <td>5</td> </tr> </table>			$t$	-1	...	0	...	1	$f'(t)$	+	0	-			$f(t)$	3	↗	10	↘	5
$t$	-1	...	0	...	1																
$f'(t)$	+	0	-																		
$f(t)$	3	↗	10	↘	5																
(6)			$t = 0, x = 0, \pi$																		
(7)			最小值 $y = 3$																		
			$t = -1, x = -\frac{\pi}{2}$																		