令和４年度　山形県立産業技術短期大学校

一般入学試験問題（前期）

数学Ⅰ・Ⅱ

注意事項

1　試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

2　試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせて下さい。

3　**解答用紙に受験番号**を正しく記入して下さい。正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。

4　解答は解答用紙の所定の欄に記入して下さい。

5　試験終了後、問題冊子並びに計算用紙は持ち帰って下さい。

1．(1) 次の式を因数分解せよ．

(1-1) $2x^2+3x+1$　　(1-2) x^3+x^2-4x-4

(2) 2次方程式 $x^2+3x+5=0$ の2つの解を α, β とするとき，次の式の値を求めよ．

(2-1) $\alpha+\beta$　　(2-2) $\alpha^2+\beta^2$

(3) 次の式を $a+bi$ の形で表せ．ただし，a, b は実数，i は虚数単位とする．

(3-1) $(1+3i)(1-i)$　　(3-2) $\dfrac{1+i}{1-2i}$

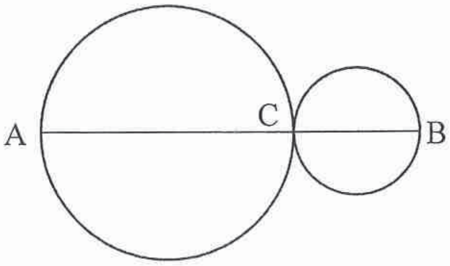
(4) $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，次の等式を満たす θ をすべて求めよ．

(4-1) $\tan\theta=\sqrt{3}$　　(4-2) $2\sin\theta=1$

(5) $\log_{10}2=a$, $\log_{10}3=b$ のとき，次の式を a, b で表せ．

(5-1) $\log_2 27+\log_3 4$　　(5-2) $\log_{\sqrt{27}}36$

2．長さ3の線分AB上に点Cをとる．線分ACの長さを x $(0<x<3)$ とする．線分AC，CBを直径とする2つの円の面積の和を $S(x)$ とする．このとき，次の問いに答えよ．ただし，円周率を π とする．



(1) 線分CBの長さを x で表せ．

(2) 線分ACを直径とする円の面積 $S_1(x)$ を x で表せ．

(3) 線分CBを直径とする円の面積 $S_2(x)$ を x で表せ．

(4) $S(x)$ を x で表せ．

(5) x が $0<x<3$ の範囲を動くとき，$S(x)$ の増減表を記せ．

(6) x が $0<x<3$ の範囲を動くとき，$S(x)$ の最小値とそのときの x の値を求めよ．

3．関数

$$y=\left(\frac{1}{3}\right)^{2x}-4\left(\frac{1}{3}\right)^{x}+4$$

が与えられている．ただし，x のとり得る範囲は $-1 \leqq x \leqq 2$ である．$t=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x}$ とするとき，y は t の関数 $y=f(t)$ として表される．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 関数 $f(t)$ を求めよ．

(2) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-1}$，$\left(\dfrac{1}{3}\right)^{2}$ の値を求めよ．

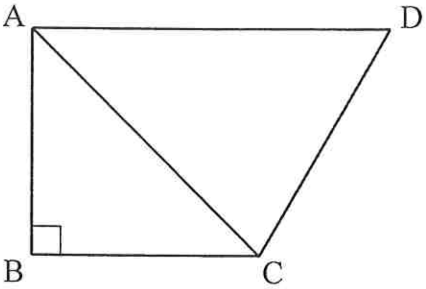
(3) x が $-1 \leqq x \leqq 2$ の範囲を動くとき，$t = \left(\dfrac{1}{3}\right)^x$ のグラフをかけ．

(4) x が $-1 \leqq x \leqq 2$ の範囲を動くとき，$t = \left(\dfrac{1}{3}\right)^x$ のとり得る範囲を求めよ．

(5) t が (4) で求めた範囲を動くとき，$y = f(t)$ のグラフをかけ．

(6) 関数 y の最大値を求め，そのときの，t および x の値を求めよ．

4．四角形ABCDを対角線ACで2つの三角形△ABC，△ACDに分割する．AB$=\sqrt{3}$，BC$=\sqrt{3}$，CD$=2$，DA$=\sqrt{3}+1$，∠ABC$=90°$ とする．このとき，次の問いに答えよ．



(1) △ABCの面積 S_1 を求めよ．

(2) 対角線ACの長さを求めよ．

(3) cos∠ADCの値を求めよ．

(4) ∠ADCを求めよ．

(5) sin∠ADCの値を求めよ．

(6) △ACDの面積 S_2 を求めよ．

(7) 四角形ABCDの面積 S を求めよ．

5．3次関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ を考える．$y = f(x)$ のグラフは，点A$(2, 1)$，B$(0, -1)$，C$(-1, 1)$ を通る．このとき，次の問いに答えよ．ただし，a, b, c は定数とする．

(1) $y = f(x)$ のグラフが点Aを通る条件を満たす定数 a, b, c の関係式を求めよ．

(2) $y = f(x)$ のグラフが点Bを通る条件を満たす定数 a, b, c の関係式を求めよ．

(3) $y = f(x)$ のグラフが点Cを通る条件を満たす定数 a, b, c の関係式を求めよ．

(4) 定数 a, b, c の値を求めよ．

(5) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ．

(6) 関数 $f(x)$ の増減表を記せ．

(7) $y = f(x)$ のグラフをかけ．このとき，点A，B，Cを明示せよ．

(8) x についての方程式 $f(x) = k$ が3つの相異なる実数解をもつとき，定数 k の値の範囲を求めよ．

令和４年度　一般入学試験（前期）解答用紙

数　学　Ⅰ・Ⅱ

受験番号

1

(1-1)	$(2x+1)(x+1)$	(1-2)	$(x+1)(x+2)(x-2)$
(2-1)	$\alpha+\beta=$ -3	(2-2)	$\alpha^2+\beta^2=$ -1
(3-1)	$4+2i$	(3-2)	$-\frac{1}{5}+\frac{3}{5}i$
(4-1)	$\theta=$ $60°$	(4-2)	$\theta=$ $30°, 150°$
(5-1)	$\frac{2a^2+3b^2}{ab}$	(5-2)	$\frac{4(a+b)}{3b}$

2

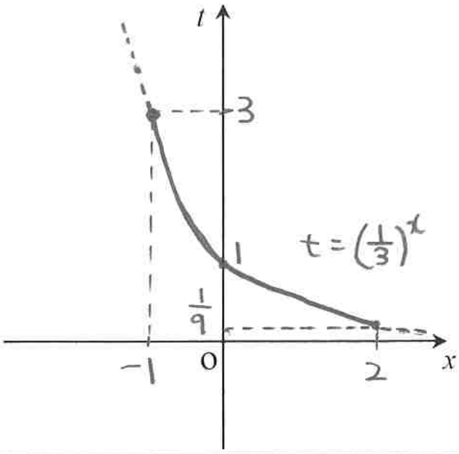
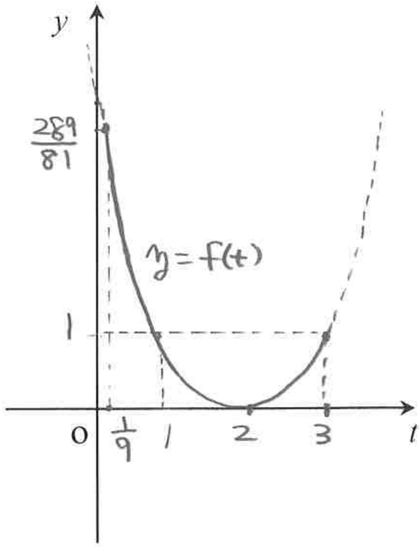
(1)	CB ~~BC~~ = $3-x$
(2)	$S_1(x)=$ $\frac{\pi}{4}x^2$
(3)	$S_2(x)=$ $\frac{\pi}{4}(x-3)^2$
(4)	$S(x)=$ $\frac{\pi}{4}(2x^2-6x+9)$
(5)	増減表

x	0	$\cdots$	$\frac{3}{2}$	$\cdots$	3
$S'(x)$	/	$-$	0	$+$	/
$S(x)$	/	↘	$\frac{9}{8}\pi$	↗	/

(6)	$x=$ $\frac{3}{2}$　のとき最小値 $S(x)=$ $\frac{9}{8}\pi$

3

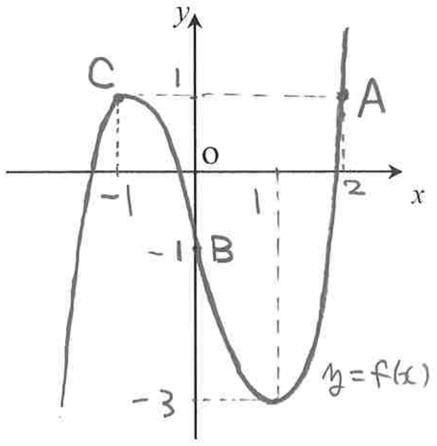
(1)	$f(t)=$ t^2-4t+4	(2)	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}=3$, $\left(\frac{1}{3}\right)^{2}=\frac{1}{9}$

(3)		(5)	
(4)	$\frac{1}{9} \leqq t \leqq 3$		
(6)	$t = \frac{1}{9}$, $x = 2$ のとき最大値 $y = \frac{289}{81}$		

4

(1)	$S_1 = \frac{3}{2}$	(2)	$AC = \sqrt{6}$
(3)	$\cos\angle ADC = \frac{1}{2}$	(4)	$\angle ADC = 60^\circ$
(5)	$\sin\angle ADC = \frac{\sqrt{3}}{2}$	(6)	$S_2 = \frac{3+\sqrt{3}}{2}$
(7)	$S = 3 + \frac{\sqrt{3}}{2}$		

5

<table>
<tr><td>(1)</td><td>$4a+2b+c+7=0$</td><td>(2)</td><td>$c+1=0$</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td>$a-b+c-2=0$</td><td>(4)</td><td>$a = 0$, $b = -3$, $c = -1$</td></tr>
<tr><td>(5)</td><td>$f'(x) = 3x^2-3$</td><td rowspan="2">(7)</td><td rowspan="2"> </td></tr>
<tr><td rowspan="2">(6)</td><td rowspan="2">増減表
<table>
<tr><td>x</td><td>…</td><td>-1</td><td>…</td><td>1</td><td>…</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>↗</td><td>1</td><td>↘</td><td>-3</td><td>↗</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>(8)</td><td>$-3 < k < 1$</td></tr>
</table>