令和５年度　山形県立産業技術短期大学校

一般入学試験問題（後期）

数学Ⅰ・Ⅱ

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

2　試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせて下さい。

3　**解答用紙に受験番号**を正しく記入して下さい。正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。

4　解答は解答用紙の所定の欄に記入して下さい。

5　試験終了後、問題冊子並びに計算用紙は持ち帰って下さい。

1．(1) 次の方程式を解け．

(1-1) $3x^2 - 4x - 1 = 0$　　(1-2) $16^{1-x} = 4^x$　　(1-3) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ -x + 2y - z = 2 \\ -y + 2z = 3 \end{cases}$

(2) 次の値を求めよ．

(2-1) $\Big| \big| |-1| - 2 \big| - 3 \Big|$　　(2-2) $\log_3 \sqrt{27}$

2．原点を O とする座標平面上に円 C と直線 l があり，方程式は次の式で与えられている．

$$C : x^2 + y^2 = 16 \qquad l : y = 2\sqrt{3}$$

円 C と直線 l の共有点を点 A, B とする．ただし，A の x 座標は負，B の x 座標は正である．円 C の半径 OA, OB, および小さい方の弧 $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ で囲まれた扇形 OAB の中心角を α $(0 < \alpha < \pi)$ とし，さらに扇形 OAB の面積を S とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 半径 OA の長さを求めよ．

(2) 点 A, B の座標を求めよ．

(3) 線分 AB の長さを求めよ．

(4) $\sin\dfrac{\alpha}{2}$, $\cos\dfrac{\alpha}{2}$ の値を求めよ．

(5) 角度 α の値を求めよ．

(6) 円 C, 直線 l をかき，扇形 OAB を斜線で図示せよ．このとき，点 A, B, 角度 α を明示せよ．

(7) 面積 S を求めよ．

3．3 次関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ を考える．$y = f(x)$ のグラフ G は，点 A $(3, -2)$, B $(2, 0)$, C $(0, -2)$ を通る．区間 $0 \leqq x \leqq 4$ における関数 $f(x)$ の最大値を L とする．このとき，次の問いに答えよ．ただし，a, b, c は定数とする．

(1) グラフ G が点 A を通る条件を満たす定数 a, b, c の関係式を求めよ．

(2) グラフ G が点 B を通る条件を満たす定数 a, b, c の関係式を求めよ．

(3) グラフ G が点 C を通る条件を満たす定数 c の値を求めよ．

(4) 定数 a, b の値を求めよ．

(5) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ．

(6) 区間 $0 \leqq x \leqq 4$ における $f(x)$ の増減表を記せ．

(7) 最大値 L を求め，そのときの x の値をすべて求めよ．

4．関数

$$y = \cos x \sin 2x - \sin x \cos 2x + \sin^2 x + 1$$

が与えられている．ただし，x のとり得る範囲は $-\dfrac{\pi}{2} \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ である．$t = \sin x$ とすると，y は t の 2 次関数 $y = f(t)$ として表される．このとき，次の問いに答えよ．

(1) $\sin\dfrac{\pi}{2}$, $\sin\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)$ の値を求めよ．

(2) x が $-\dfrac{\pi}{2} \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき，$t = \sin x$ のグラフをかけ．

(3) x が $-\dfrac{\pi}{2} \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき，$t = \sin x$ のとり得る範囲を求めよ．

(4) 空欄（ア）～（ウ）に最もふさわしい数を解答用紙の所定の欄に記入せよ．

$$\sin^2 x + \cos^2 x = \boxed{（ア）} \qquad \sin 2x = \boxed{（イ）}\sin x \cos x \qquad \cos 2x = 1 - \boxed{（ウ）}\sin^2 x$$

(5) 空欄（エ）～（カ）に最もふさわしい数を解答用紙の所定の欄に記入せよ．

$$f(t) = \boxed{（エ）}\,t^2 + \boxed{（オ）}\,t + \boxed{（カ）}$$

(6) 関数 $y = f(t)$ のグラフをかけ．ただし，t は (3) で求めた範囲を動くとする．

(7) 関数 y の最大値を求め，そのときの，t および x の値を求めよ．

5．座標平面上に 2 つの放物線 C_1, C_2 があり，方程式は次の式で与えられている．

$$C_1 : y = \frac{1}{4}x^2 \qquad C_2 : y = \frac{1}{2}(x^2 - 1)$$

放物線 C_1, C_2 の共有点を点 A, B とする．ただし，A の x 座標は負，B の x 座標は正である．放物線 C_2 の点 A における接線を l_1，放物線 C_2 の点 B における接線を l_2，l_1 と l_2 の交点を Q とする．C_1, l_1, l_2 で囲まれた部分の面積を S とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 点 A, B の座標を求めよ．

(2) 接線 l_1 の方程式を求めよ．

(3) 接線 l_2 の方程式を求めよ．

(4) 点 Q の座標を求めよ．

(5) 放物線 C_1, C_2, 接線 l_1, l_2 をかき，C_1, l_1, l_2 で囲まれた部分を斜線で図示せよ．このとき，点 A, B, Q を明示せよ．

(6) 面積 S を求めよ．

令和５年度　一般入学試験（後期）　解答用紙

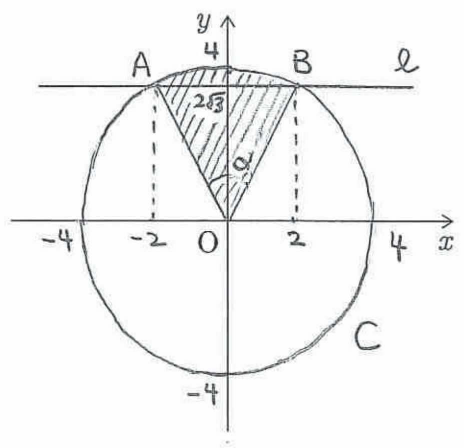
数　学 Ⅰ・Ⅱ

受験番号

1

(1)	(1-1)	$x = \frac{1}{3}(2 \pm \sqrt{7})$	(1-2)	$x = \frac{2}{3}$
	(1-3)	$x = \frac{5}{2}$　, $y = 4$　, $z = \frac{7}{2}$		
(2)	(2-1)	2	(2-2)	$\frac{3}{2}$

2

(1)	OA = 4	(6)	
(2)	A(-2 , $2\sqrt{3}$), B(2 , $2\sqrt{3}$)		
(3)	AB = 4		
(4)	$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$, $\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$		
(5)	$\alpha = \frac{\pi}{3}$		
(7)	$S = \frac{8}{3}\pi$		

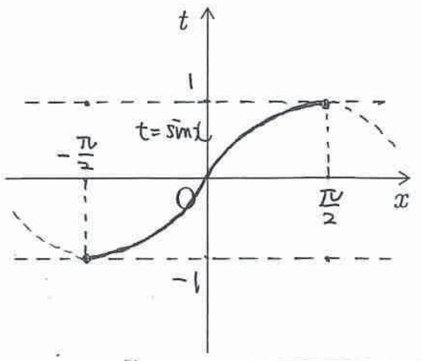
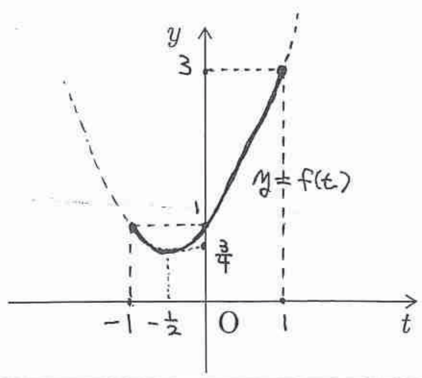
3

(1)	$9a+3b+c+29=0$	(2)	$4a+2b+c+8=0$
(3)	$c = -2$	(4)	$a = -6$, $b = 9$
(5)	$f'(x) = 3x^2-12x+9$		
(6)	増減表		
(7)	最大値 $L = 2$, $x = 1, 4$		

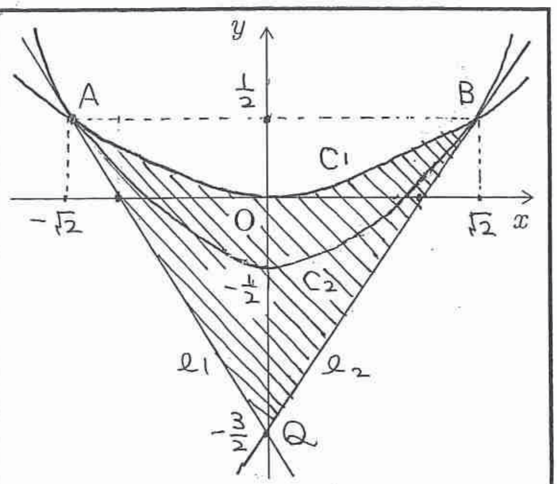
増減表

x	0	…	1	…	3	…	4
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	−2	↗	2	↘	−2	↗	2

4

(1)	$\sin\frac{\pi}{2} = 1$, $\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1$
(2)	
(3)	$-1 \leqq t \leqq 1$
(4) (ア)	1
(4) (イ)	2
(4) (ウ)	2
(5) (エ)	1
(5) (オ)	1
(5) (カ)	1
(6)	
(7)	最大値 $y = 3$
(7)	$t = 1$, $x = \frac{\pi}{2}$

5

(1)	A$\left(-\sqrt{2}, \frac{1}{2}\right)$
(1)	B$\left(\sqrt{2}, \frac{1}{2}\right)$
(2)	l_1: $y = -\sqrt{2}x - \frac{3}{2}$
(3)	l_2: $y = \sqrt{2}x - \frac{3}{2}$
(4)	Q$\left(0, -\frac{3}{2}\right)$
(5)	

(6) 計算

$$S = \int_0^{\sqrt{2}} \left\{ \frac{1}{4}x^2 - \left(\sqrt{2}x - \frac{3}{2}\right) \right\} dx + \int_{-\sqrt{2}}^{0} \left\{ \frac{1}{4}x^2 - \left(-\sqrt{2}x - \frac{3}{2}\right) \right\} dx$$

$$= \left[\frac{1}{12}x^3 - \frac{\sqrt{2}}{2}x^2 + \frac{3}{2}x \right]_0^{\sqrt{2}} + \left[\frac{1}{12}x^3 + \frac{\sqrt{2}}{2}x^2 + \frac{3}{2}x \right]_{-\sqrt{2}}^{0}$$

$$= \frac{4}{3}\sqrt{2}$$

$S = \frac{4}{3}\sqrt{2}$