

令和5年度 山形県立産業技術短期大学校

## 一般入学試験問題（前期）

### 数学Ⅰ・Ⅱ

#### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせて下さい。
- 3 解答用紙に受験番号を正しく記入して下さい。正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
- 4 解答は解答用紙の所定の欄に記入して下さい。
- 5 試験終了後、問題冊子並びに計算用紙は持ち帰って下さい。

1. (1) 次の式を因数分解せよ.

$$x^2 - 13x - 30$$

- (2) 次の式を展開せよ.

$$(2a - 3b - c)^2$$

- (3) 次の式の分母を有理化して簡単にせよ.

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1}$$

- (4) 次の分数を小数に直し, 循環小数の表し方でかけ.

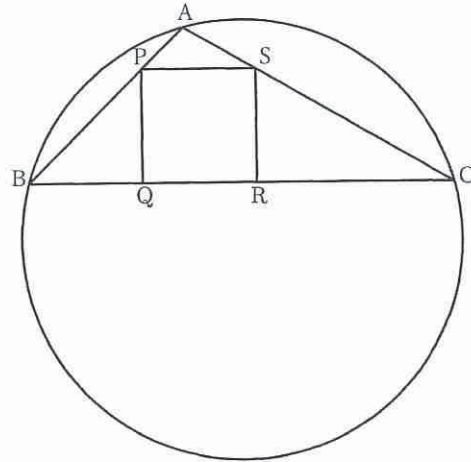
$$\frac{7}{9}$$

- (5) 次の方程式を解け.

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 1 \\ z + x = 2 \end{cases}$$

2.  $\triangle ABC$  と正方形 PQRS がある. 正方形の辺 QR は  $\triangle ABC$  の辺 BC 上にあり, 頂点 P, S はそれぞれ  $\triangle ABC$  の辺 AB, AC 上にある.  $BQ=1, QR=1, CR=\sqrt{3}$  とする.  $\triangle ABC$  に外接する円の半径を  $r$  とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) BC の長さを求めよ.
- (2) PQ, SC の長さを求めよ.
- (3)  $\angle ABC$  の値を求めよ.
- (4)  $\angle ACB$  の値を求めよ.
- (5)  $\angle BAC$  の値を求めよ.
- (6)  $\sin 45^\circ, \cos 45^\circ$  の値を求めよ.
- (7)  $\sin 60^\circ, \cos 60^\circ$  の値を求めよ.
- (8)  $\sin \angle BAC$  の値を求めよ.
- (9) 半径  $r$  の値を求めよ.



3.  $xy$  平面上に円  $C: x^2 + y^2 = 4$ , 直線  $l: y = \sqrt{3}x + 4$ , 直線  $m: y = \sqrt{3}x - 4$  がある. 直線  $l$  は点 A で円  $C$  に接し, 直線  $m$  は点 B で円  $C$  に接している. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 円  $C$  の中心の座標と半径  $r$  を求めよ.
- (2) 直線  $l$  と  $y$  軸の交点の座標を求めよ.
- (3) 直線  $m$  と  $y$  軸の交点の座標を求めよ.
- (4) 点 A の座標を求めよ.

- (5) 点 B の座標を求めよ.
- (6) 円  $C$ , 直線  $l$ ,  $m$  をかき, 不等式  $x^2 + y^2 \leq 4$  の表す部分を斜線で図示せよ.
- (7)  $x, y$  が  $x^2 + y^2 \leq 4$  をみたすとき,  $y - \sqrt{3}x$  の最大値と, そのときの,  $x, y$  の値を求めよ.
- (8)  $x, y$  が  $x^2 + y^2 \leq 4$  をみたすとき,  $y - \sqrt{3}x$  の最小値と, そのときの,  $x, y$  の値を求めよ.

#### 4. 関数

$$y = (\log_2 x)^2 - \log_2 x + 1$$

が与えられている. ただし,  $x$  のとり得る範囲は  $1 \leq x \leq 4$  である.  $t = \log_2 x$  とするとき,  $y$  は  $t$  の関数  $y = f(t)$  として表される. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 関数  $f(t)$  を求めよ.
  - (2)  $\log_2 1, \log_2 4$  の値を求めよ.
  - (3)  $x$  が  $1 \leq x \leq 4$  の範囲を動くとき,  $t = \log_2 x$  のグラフをかけ.
  - (4)  $x$  が  $1 \leq x \leq 4$  の範囲を動くとき,  $t = \log_2 x$  のとり得る範囲を求めよ.
  - (5)  $y = f(t)$  のグラフをかけ. ただし,  $t$  は (4) で求めた範囲を動くとする.
  - (6) 関数  $y$  の最大値を求め, そのときの,  $t, x$  の値を求めよ.
  - (7) 関数  $y$  の最小値を求め, そのときの,  $t, x$  の値を求めよ.
5. 3次関数  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  を考える. 曲線  $C: y = f(x)$  は, 原点  $O(0,0)$ , 点  $A(1,0)$ ,  $B(-1,-4)$  を通る. 曲線  $C$  上の原点  $O$  における接線を  $l$  とする. 曲線  $C$  と接線  $l$  の共有点で原点  $O$  とは異なるものを点  $P$  とする. ただし,  $a, b, c$  は定数とする.
- (1) 曲線  $C$  が点  $A$  を通る条件を満たす定数  $a, b, c$  の関係式を求めよ.
  - (2) 曲線  $C$  が点  $B$  を通る条件を満たす定数  $a, b, c$  の関係式を求めよ.
  - (3) 曲線  $C$  が原点  $O$  を通る条件を満たす定数  $c$  の値を求めよ.
  - (4) 定数  $a, b$  の値を求めよ.
  - (5) 関数  $f(x)$  の導関数  $f'(x)$  を求めよ.
  - (6) 関数  $f(x)$  の増減表を記せ.
  - (7) 接線  $l$  の方程式を求めよ.
  - (8) 点  $P$  の座標を求めよ.
  - (9) 曲線  $C$ , 接線  $l$  を  $xy$  平面上にかけ.

# 数学 I・II

受験番号		

1

(1)	$(x+2)(x-15)$	(2)	$4a^2+9b^2+c^2-12ab-4ac+6bc$
(3)	$\frac{1}{2}(3-\sqrt{3})$	(4)	$0.\dot{7}$
(5)	$x = \frac{1}{2}, y = -\frac{1}{2}, z = \frac{3}{2}$		

2

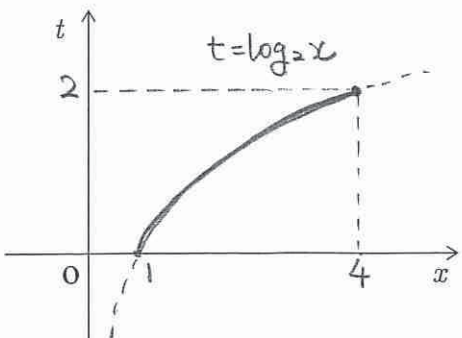
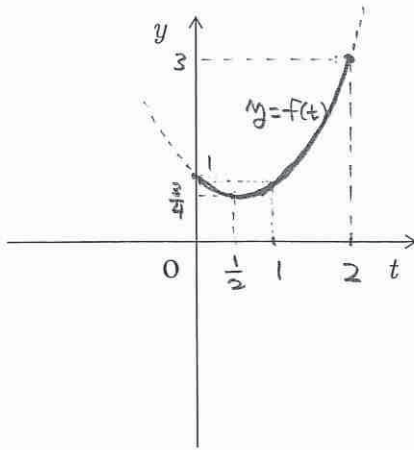
(1)	$BC = 2 + \sqrt{3}$	(2)	$PQ = 1, SC = 2$
(3)	$\angle ABC = 45^\circ$	(4)	$\angle ACB = 30^\circ$
(5)	$\angle BAC = 105^\circ$		
(6)	$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}, \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$	(7)	$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$
(8)	<p>計算 加法定理を用いる。</p> $\begin{aligned} \sin \angle BAC &= \sin 105^\circ \\ &= \sin (45^\circ + 60^\circ) \\ &= \sin 45^\circ \cos 60^\circ + \cos 45^\circ \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{4}(\sqrt{2} + \sqrt{6}) \end{aligned}$ <p style="text-align: right;"><math>\sin \angle BAC = \frac{1}{4}(\sqrt{2} + \sqrt{6})</math></p>		
(9)	<p>計算 正弦定理を用いる。</p> $2h = \frac{BC}{\sin \angle BAC} = \sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)$ $\therefore h = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{3} + 1)$ <p style="text-align: right;"><math>r = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{3} + 1)</math></p>		

3

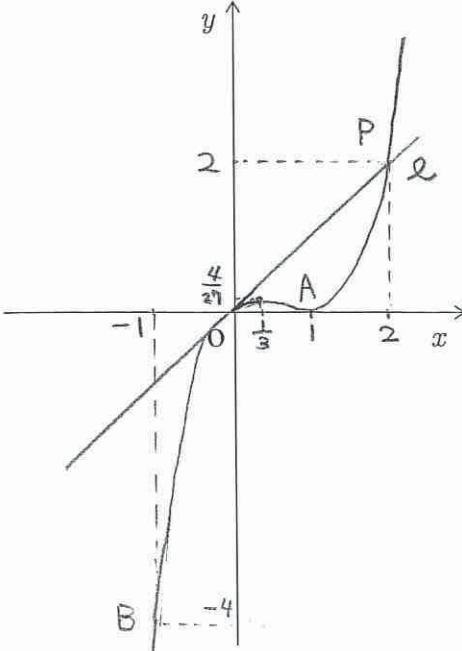
(1)	中心 $(0, 0), r = 2$	(6)	
(2)	$(0, 4)$		
(3)	$(0, -4)$		
(4)	$A(-\sqrt{3}, 1)$		
(5)	$B(\sqrt{3}, -1)$		
(7)	最大値 $4, x = -\sqrt{3}, y = 1$	(8)	最小値 $-4, x = \sqrt{3}, y = -1$



4

(1)	$f(t) = t^2 - t + 1$	(2)	$\log_2 1 = 0$ , $\log_2 4 = 2$
(3)		(5)	
(4)	$0 \leq t \leq 2$		
(6)	最大值 $y = 3$ , $t = 2$ , $x = 4$		
(7)	最小值 $y = \frac{3}{4}$ , $t = \frac{1}{2}$ , $x = \sqrt{2}$		

5

(1)	$a + b + c + 1 = 0$	(2)	$a - b + c + 3 = 0$																		
(3)	$c = 0$	(4)	$a = -2$ , $b = 1$																		
(5)	$f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$																				
(6)	<p>增減表</p> <table border="1" data-bbox="303 1590 766 1825"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>\dots</math></td> <td><math>\frac{1}{3}</math></td> <td><math>\dots</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>\dots</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td><math>+</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+</math></td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td><math>\nearrow</math></td> <td><math>\frac{4}{27}</math></td> <td><math>\searrow</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>\nearrow</math></td> </tr> </table>	$x$	$\dots$	$\frac{1}{3}$	$\dots$	$1$	$\dots$	$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$f(x)$	$\nearrow$	$\frac{4}{27}$	$\searrow$	$0$	$\nearrow$	(9)	
$x$	$\dots$	$\frac{1}{3}$	$\dots$	$1$	$\dots$																
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$																
$f(x)$	$\nearrow$	$\frac{4}{27}$	$\searrow$	$0$	$\nearrow$																
(7)	$l: y = x$																				
(8)	$P(2, 2)$																				