

令和6年度 山形県立産業技術短期大学校

自己推薦入学試験問題

数学 I ・ II

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 3 解答用紙に受験番号を正しく記入してください。正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
- 4 解答は解答用紙の所定の欄に記入してください。
- 5 試験終了後、問題冊子並びに計算用紙は持ち帰ってください。

1. (1) 集合 A, B, C を $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{2, 3, 5, 7\}, C = \{1, 2, 8\}$ とするとき、次の集合を求めよ。

(1-1) $A \cap B$ (1-2) $A \cap (B \cup C)$

- (2) 次の式を展開せよ。

(2-1) $(2x - 5y)^2$ (2-2) $(2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$

- (3) 次の式を $a + b\sqrt{3}$ の形で表せ。ただし、 a, b は有理数とする。

(3-1) $(2 + \sqrt{3})^2$ (3-2) $\frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$

- (4) $\log_{10} 2 = a, \log_{10} 3 = b$ とする。次の式の値を a, b で表せ。

(4-1) $\log_{10} 6$ (4-2) $\log_{10} 15$

- (5) 4個のデータ 3, 5, 7, 9 がある。次の値を求めよ。

(5-1) 平均値 (5-2) 分散

2. 座標平面上に2つの放物線 C_1, C_2 があり、方程式は次の式で与えられている。

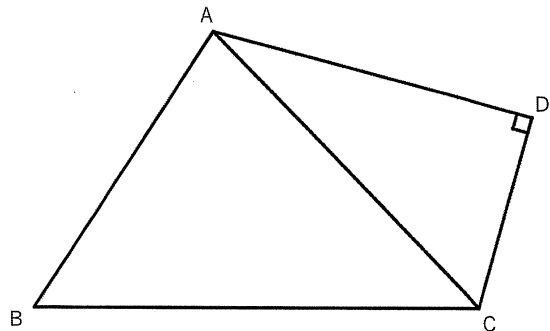
$$C_1: y = x^2 - 1 \qquad C_2: y = -x^2 + 2x - 1$$

放物線 C_1, C_2 の共有点 A_1, A_2 の x 座標をそれぞれ α_1, α_2 ($\alpha_1 < \alpha_2$) とする。点 A_1, A_2 を通る直線を l とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) α_1, α_2 の値を求めよ。
- (2) 直線 l の方程式を求めよ。
- (3) 放物線 C_1, C_2 および直線 l をかき、放物線 C_1 と直線 l で囲まれた部分を斜線で図示せよ。このとき、点 A_1, A_2 を明示せよ。
- (4) 放物線 C_1 と直線 l で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

3. 四角形 $ABCD$ を対角線 AC で2つの三角形 $\triangle ABC, \triangle ACD$ に分割する。 $AB=5, BC=7, CD=3, \angle ACD = 60^\circ, \angle ADC = 90^\circ$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 辺 AC, AD の長さを求めよ。
- (2) $\triangle ACD$ の面積 S_1 を求めよ。
- (3) $\cos \angle BAC$ の値を求めよ。
- (4) $\sin \angle BAC$ の値を求めよ。
- (5) $\triangle ABC$ の面積 S_2 を求めよ。
- (6) 四角形 $ABCD$ の面積 S を求めよ。



4. 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \left| |x - 2| - 2 \right| - 2$$

で定義する。次の問いに答えよ。

- (1) $x \geq 4$ のとき, $f(x)$ を全ての絶対値記号をはずして表せ.
- (2) $2 \leq x < 4$ のとき, $f(x)$ を全ての絶対値記号をはずして表せ.
- (3) $0 \leq x < 2$ のとき, $f(x)$ を全ての絶対値記号をはずして表せ.
- (4) $x < 0$ のとき, $f(x)$ を全ての絶対値記号をはずして表せ.
- (5) $y = f(x)$ のグラフをかけ.
- (6) x についての方程式 $f(x) = a$ が相異なる 4 つの解をもつとき, 定数 a の値の範囲を求めよ.

5. 関数

$$y = (\log_2 x)^3 - 3(\log_2 x)^2 + 1$$

が与えられている。ただし, x のとり得る範囲は $\frac{1}{2} \leq x \leq 8$ である。 $t = \log_2 x$ とするとき, y は t の 3 次関数 $y = f(t)$ として表される。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(t)$ を求めよ.
- (2) $\log_2 \frac{1}{2}, \log_2 8$ の値を求めよ.
- (3) x が $\frac{1}{2} \leq x \leq 8$ の範囲を動くとき, $t = \log_2 x$ のとり得る範囲を求めよ.
- (4) $y = f(t)$ の増減表を記せ。ただし, t は (3) で求めた範囲を動くとする.
- (5) $y = f(t)$ のグラフをかけ。ただし, t は (3) で求めた範囲を動くとする.
- (6) 関数 y の最小値を求め, そのときの x の値を求めよ.

数学 I・II

受験番号		

1

(1-1)	$A \cap B = \{3, 5, 7\}$	(1-2)	$A \cap (B \cup C) = \{1, 3, 5, 7\}$
(2-1)	$4x^2 - 20xy + 25y^2$	(2-2)	$8x^3 + 1$
(3-1)	$7 + 4\sqrt{3}$	(3-2)	$-2 - \sqrt{3}$
(4-1)	$a + b$	(4-2)	$1 - a + b$
(5-1)	6	(5-2)	5

2

(1)	$\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 1$	(3)	
(2)	$l: y = x - 1$		
(4)	<p>計算</p> $S = \int_0^1 \{(x-1) - (x^2-1)\} dx$ $= \int_0^1 (-x^2 + x) dx$ $= \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}\right]_0^1 = \frac{1}{6}$ <p style="text-align: center;">$S = \frac{1}{6}$</p>		

3

(1)	$AC = 6, AD = 3\sqrt{3}$	(2)	$S_1 = \frac{9}{2}\sqrt{3}$
(3)	<p>計算 余弦定理より.</p> $\cos \angle BAC = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{5^2 + 6^2 - 7^2}{2 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{1}{5}$ <p style="text-align: right;">$\cos \angle BAC = \frac{1}{5}$</p>		
(4)	<p>計算 $\cos \angle BAC = \frac{1}{5} > 0$ より $0 < \angle BAC < 90^\circ$.</p> <p>よって</p> $\sin \angle BAC = \sqrt{1 - \cos^2 \angle BAC} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ <p style="text-align: right;">$\sin \angle BAC = \frac{2\sqrt{6}}{5}$</p>		

(5)	計算 $S_2 = \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin \angle BAC = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 \cdot \frac{2\sqrt{6}}{5} = 6\sqrt{6}$ $S_2 = 6\sqrt{6}$
(6)	$S = 3\sqrt{3} \left(\frac{3}{2} + 2\sqrt{2} \right)$

4

(1)	$f(x) = x - 6$	(5)
(2)	$f(x) = 2 - x$	
(3)	$f(x) = x - 2$	
(4)	$f(x) = -x - 2$	
(6)	$-2 < a < 0$	

5

(1)	$f(t) = t^3 - 3t^2 + 1$	(2)	$\log_2 \frac{1}{2} = -1$, $\log_2 8 = 3$																								
(3)	$-1 \leq t \leq 3$																										
(4)	增減表 <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>t</td> <td>-1</td> <td>...</td> <td>0</td> <td>...</td> <td>2</td> <td>...</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>f'(t)</td> <td>/</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>/</td> </tr> <tr> <td>f(t)</td> <td>-3</td> <td>↗</td> <td>1</td> <td>↘</td> <td>-3</td> <td>↗</td> <td>1</td> </tr> </table>			t	-1	...	0	...	2	...	3	f'(t)	/	+	0	-	0	+	/	f(t)	-3	↗	1	↘	-3	↗	1
t	-1	...	0	...	2	...	3																				
f'(t)	/	+	0	-	0	+	/																				
f(t)	-3	↗	1	↘	-3	↗	1																				
(5)		(6)	最小值 $y = -3$ $x = \frac{1}{2}, 4$																								