令和６年度　山形県立産業技術短期大学校

学校推薦入学試験問題

数学Ⅰ・Ⅱ

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

2　試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。

3　**解答用紙に受験番号**を正しく記入してください。正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。

4　解答は解答用紙の所定の欄に記入してください。

5　試験終了後、問題冊子並びに計算用紙は持ち帰ってください。

1． (1) 集合 A, B を $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{2,4,7\}$ とするとき，次の集合を求めよ．

(1-1) $A\cap B$　　(1-2) $A\cup B$

(2) 次の値を求めよ．

(2-1) $\left|\frac{2}{5}-1\right|$　　(2-2) $|-8|+|7|$

(3) 次の式を展開せよ．

(3-1) $(3x-2y)^2$　　(3-2) $(x+1)(x+2)(x+3)$

(4) 次の対数の値を求めよ．

(4-1) $\log_3 9$　　(4-2) $\log_{\frac{1}{2}} 32$

(5) 5 個のデータ 3, 5, 6, 7, 9 がある．次の値を求めよ．

(5-1) 平均値　　(5-2) 分散

2．3 次関数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ を考える．$y=f(x)$ のグラフを G とする．グラフ G は点 A $(2,0)$, B $(1,2)$, C $(0,-2)$ を通る．このとき，次の問いに答えよ．ただし，a, b, c は定数とする．

(1) グラフ G が点 A を通る条件を満たす定数 a, b, c の関係式を求めよ．

(2) グラフ G が点 B を通る条件を満たす定数 a, b, c の関係式を求めよ．

(3) グラフ G が点 C を通る条件を満たす定数 c の値を求めよ．

(4) 定数 a, b の値を求めよ．

(5) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ．

(6) 関数 $f(x)$ の増減表を記せ．

(7) $y=f(x)$ のグラフ G を図示せよ．

3．座標平面上に放物線 $C: y=x^2-1$ がある．放物線 C の頂点を P とし, C と x 軸との交点 A, B の x 座標をそれぞれ α, β $(\alpha>\beta)$ とする．C 上の点 A における接線を l とし，l と y 軸との交点を Q とする．放物線 C, 接線 l, y 軸で囲まれた部分の面積を S とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 点 P の座標を求めよ．

(2) α, β の値を求めよ．

(3) 接線 l の方程式を求めよ．

(4) 点 Q の座標を求めよ．

(5) 放物線 C, 接線 l を図示せよ．点 A, B, P, Q を明示せよ．C, l, y 軸で囲まれた部分を斜線で図示せよ．

(6) 面積 S の値を求めよ．

4．原点を O とする座標平面上に円 $C: x^2+y^2=4$ がある．円 C 上の点 A $(-1,\sqrt{3})$，B $(-1,-\sqrt{3})$ における接線をそれぞれ l，m とする．接線 l，m の交点を点 P とし，$\alpha=\angle\mathrm{AOB}$ $(0<\alpha<\pi)$ とする．小さい方の弧 $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$，接線 l，m で囲まれた部分の面積を S とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 円 C の半径 r を求めよ．

(2) 線分 OA，OB の長さを求めよ．

(3) 角度 α の値を求めよ．

(4) 接線 l，m の方程式を求めよ．

(5) 点 P の座標を求めよ．

(6) 円 C，接線 l，m を図示せよ．線分 OA，OB，点 P を明示せよ．小さい方の弧 $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ と l，m で囲まれた部分を斜線で図示せよ．

(7) 四角形 OAPB の面積 T の値を求めよ．

(8) 面積 S の値を求めよ．

5．関数 $y=2\sin x+2\cos x+2\sin x\cos x+2$ が与えられている．ただし，x のとり得る範囲は $0\leqq x\leqq\pi$ である．$t=\sin x+\cos x$ とすると，y は t の 2 次関数 $y=f(t)$ として表される．このとき，次の問いに答えよ．

(1) $\sin\dfrac{\pi}{2}$，$\sin\dfrac{5\pi}{4}$ の値を求めよ．

(2) 空欄（ア）～（ウ）に最もふさわしい整数の値を解答用紙の所定の欄に記入しなさい．

$$\sin^2 x+\cos^2 x=\boxed{（ア）}\qquad t^2=\boxed{（イ）}+\boxed{（ウ）}\sin x\cos x$$

(3) 空欄（エ），（オ）に最もふさわしい整数の値を解答用紙の所定の欄に記入しなさい．

$$f(t)=t^2+\boxed{（エ）}\,t+\boxed{（オ）}$$

(4) 空欄（カ），（キ）に最もふさわしい整数の値を解答用紙の所定の欄に記入しなさい．

$$t=\sqrt{\boxed{（カ）}}\sin\left(x+\frac{\pi}{\boxed{（キ）}}\right)$$

(5) x が $0\leqq x\leqq\pi$ の範囲を動くとき，$t=\sin x+\cos x$ のグラフをかけ．

(6) x が $0\leqq x\leqq\pi$ の範囲を動くとき，t のとり得る範囲を求めよ．

(7) 関数 y の最大値，最小値を求め，それぞれの t，x の値を求めよ．

令和6年度　学校推薦入学試験　解答用紙

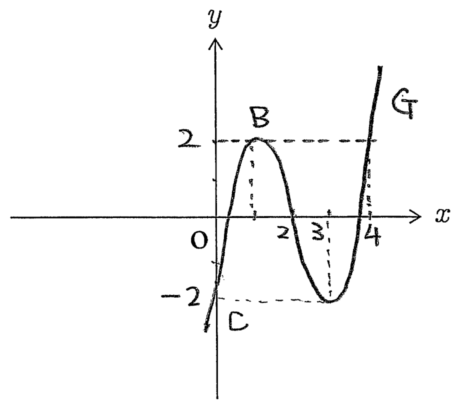
数　学　Ⅰ・Ⅱ

受験番号

1

(1–1)	$A \cap B = \{2, 4\}$	(1–2)	$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 7\}$
(2–1)	$\frac{3}{5}$	(2–2)	15
(3–1)	$9x^2-12xy+4y^2$	(3–2)	$x^3+6x^2+11x+6$
(4–1)	2	(4–2)	-5
(5–1)	6	(5–2)	4

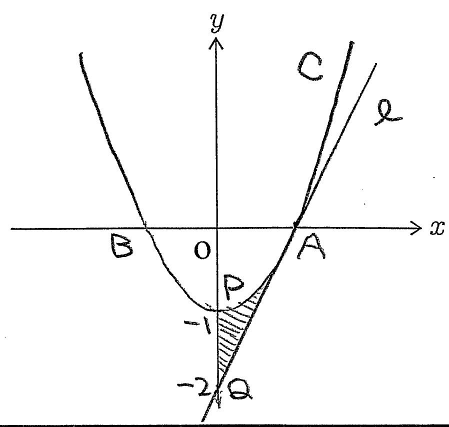
2

(1)	$4a+2b+c=-8$	(2)	$a+b+c=1$
(3)	$c = -2$	(4)	$a = -6$ ，$b = 9$
(5)	$f'(x) = 3x^2-12x+9$	(7)	
(6)	増減表		

増減表

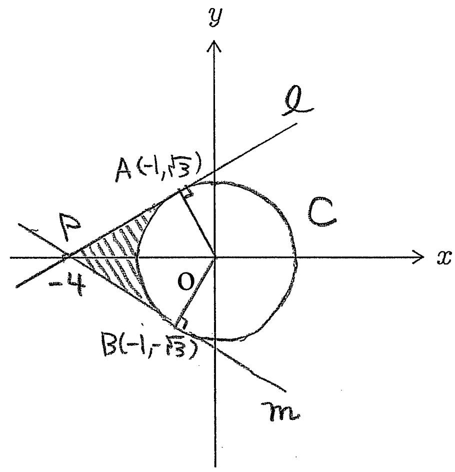
x	…	1	…	3	…
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	2	↘	−2	↗

3

(1)	P(0 , −1)	(5)	
(2)	$\alpha = 1$ ，$\beta = -1$		
(3)	l: $y = 2x-2$		
(4)	Q(0 , −2)		

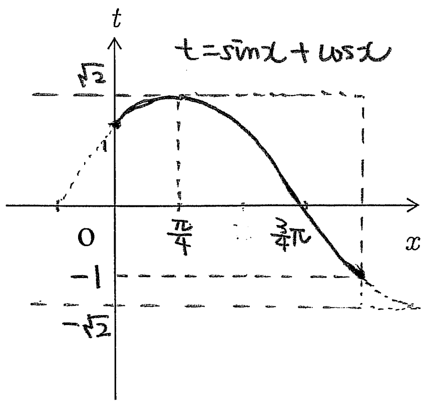
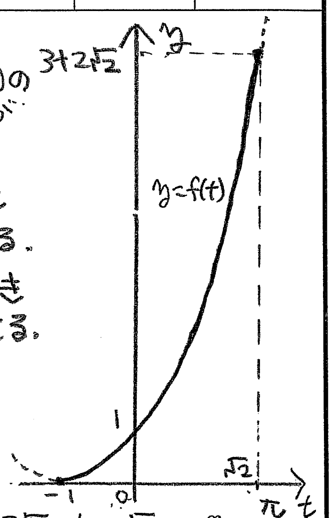
(6)	計算 $S=\int_0^1\{(x^2-1)-(2x-2)\}dx=\int_0^1(x^2-2x+1)dx=\left[\frac{x^3}{3}-x^2+x\right]_0^1=\frac{1}{3}$ $S=\frac{1}{3}$

4

(1)	$r=$ 2	(6)	
(2)	OA = 2 , OB = 2		
(3)	$\alpha=\frac{2}{3}\pi$		
(4)	l: $-x+\sqrt{3}y=4$		
	m: $-x-\sqrt{3}y=4$		
(5)	P(-4 , 0)		
(7)	計算 $T=2\times\frac{1}{2}\mathrm{OA}\cdot\mathrm{OP}\sin\frac{\pi}{3}=4\sqrt{3}$ $T=4\sqrt{3}$	(8)	計算 $S=T-\frac{\alpha}{2}r^2=4\sqrt{3}-\frac{4}{3}\pi$ $S=4\sqrt{3}-\frac{4}{3}\pi$

5

(1)	$\sin\frac{\pi}{2}=1$, $\sin\frac{5\pi}{4}=-\frac{1}{\sqrt{2}}$	(2)	(ア)	1	(イ)	1	(ウ)	2	
(3)	(エ) 2	(オ) 1	(4)	(カ)	2	(キ)	4		

(5)		(7)	$-1\leqq t\leqq\sqrt{2}$ における $y=f(t)$ の増減から次が分かる。 ・$t=\sqrt{2}$ のとき最大値をとる。 ・$t=-1$ のとき最小値をとる。  最大値 $y=3+2\sqrt{2}$, $t=\sqrt{2}$, $x=\frac{\pi}{4}$ 最小値 $y=0$, $t=-1$, $x=\pi$
(6)	$-1\leqq t\leqq\sqrt{2}$		