令和７年度　山形県立産業技術短期大学校

一般入学試験（前期）　問題
自 己 推 薦 入 学 試 験 問題

数学Ⅰ・Ⅱ

注　意　事　項

１　試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

２　試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。

３　**解答用紙に受験番号**を正しく記入してください。正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。

４　解答は解答用紙の所定の欄に記入してください。

５　試験終了後、問題冊子並びに計算用紙は持ち帰ってください。

1．(1) 集合 A, B を $A=\{1,2,5,6\}$, $B=\{3,4,5,6\}$ とするとき，次の集合を求めよ．

(1-1) $A\cap B$　　(1-2) $A\cup B$

(2) 次の式を因数分解せよ．

(2-1) $2x^2+x-6$　　(2-2) x^4-5x^2+4

(3) 次の式を $a+bi$ の形で表せ．ただし，a, b は実数とする．i は虚数単位である．

(3-1) $(1+2i)(2-3i)$　　(3-2) $\dfrac{7-4i}{1-2i}$

(4) 次の不等式を解け．

(4-1) $3x-8<5x+4$　　(4-2) $|x-4|>2$

(5) 4 個のデータ 2, 3, 5, 6 がある．次の値を求めよ．

(5-1) 平均値　　(5-2) 分散

2．x についての 2 次方程式

$$x^2-(t+3)x+t^2-9=0 \quad \cdots\cdots ①$$

の 2 つの解を α, β とすると，$\alpha^2+\beta^2$ は t の 2 次関数 $\alpha^2+\beta^2=f(t)$ として表せる．このとき，次の問いに答えよ．ただし，t は実数とする．

(1) 空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ス}}$ に入る最もふさわしい数を答えよ．

(i) $\alpha+\beta, \alpha\beta$ を t の関数として表すと，次の式になる．

$$\alpha+\beta=\boxed{\text{ア}}\,t+\boxed{\text{イ}}, \quad \alpha\beta=\boxed{\text{ウ}}\,t^2-\boxed{\text{エ}}$$

(ii) 関数 $f(t)$ は次の式になる．

$$f(t)=-t^2+\boxed{\text{オ}}\,t+\boxed{\text{カ}}=-\left(t-\boxed{\text{キ}}\right)^2+\boxed{\text{ク}}$$

(iii) x の 2 次方程式 ① の判別式を D とする．D を t の関数として表すと，次の式になる．

$$D=-\boxed{\text{ケ}}\,t^2+\boxed{\text{コ}}\,t+\boxed{\text{サ}}$$

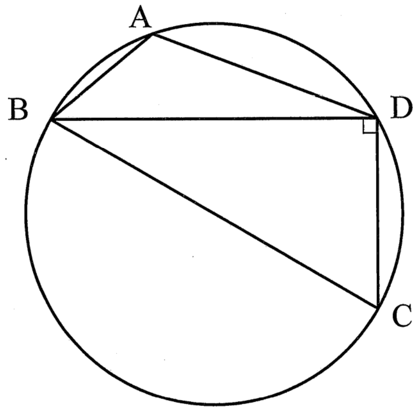
(iv) α, β が実数となるための必要十分条件は次の不等式になる．

$$-\boxed{\text{シ}}\leqq t\leqq\boxed{\text{ス}}$$

(2) 関数 $f(t)$ の $t=\boxed{\text{キ}}, -\boxed{\text{シ}}, \boxed{\text{ス}}$ のときの値をそれぞれ求めよ．

(3) 関数 $f(t)$ の最大値と最小値を求めよ．ただし，t の動く範囲は (1) の (iv) で求めた $-\boxed{\text{シ}}\leqq t\leqq\boxed{\text{ス}}$ とする．

3．円に内接する四角形 ABCD がある．四角形 ABCD を対角線 BD で△ ABD，△ BCD に分割する．$\mathrm{AD}=2$，$\mathrm{CD}=\sqrt{2}$，$\angle\mathrm{BCD}=60°$，$\angle\mathrm{BDC}=90°$ とする．辺 AB の長さを x とする．このとき，次の問いに答えよ．



(1) $\angle$CBD を求めよ．

(2) 辺 BC と対角線 BD の長さを求めよ．

(3) △ BCD の面積 S_1 を求めよ．

(4) $\angle$BAD を求めよ．

(5) x の値を求めよ．

(6) △ ABD の面積 S_2 を求めよ．

(7) 四角形 ABCD の面積 S を求めよ．

4．関数 $y=(\log_2 x)^3-3\log_2 x+2$ が与えられている．ただし，x のとり得る範囲は $\frac{1}{4}\leqq x\leqq 4$ である．$t=\log_2 x$ とするとき，y は t の関数 $y=f(t)$ として表される．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 関数 $f(t)$ を求めよ．

(2) $\log_2\left(\frac{1}{4}\right)$，$\log_2 4$ の値を求めよ．

(3) x が $\frac{1}{4}\leqq x\leqq 4$ の範囲を動くとき，$t=\log_2 x$ のとり得る値の範囲を求めよ．

(4) $f(t)$ の導関数 $f'(t)$ を求めよ．

(5) $f(t)$ の増減表を記せ．ただし，t は (3) で求めた範囲を動くとする．

(6) $y=f(t)$ のグラフをかけ．ただし，t は (3) で求めた範囲を動くとする．

(7) y の最大値と最小値を求めよ．

5．2 次関数 $f(x)=x^2-x$ を考える．座標平面上の放物線 $C:y=f(x)$ の頂点を P とする．C 上の原点 O における接線を l，C 上の点 Q$(2,2)$ における接線を m とする．l と m の交点を R とする．C,l,m で囲まれた部分の面積を S とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ．

(2) 接線 l,m の方程式を求めよ．

(3) 頂点 P と交点 R の座標を求めよ．

(4) C,l,m を図示せよ．このとき，P，Q，R を明示し，C,l,m で囲まれた部分を斜線で図示せよ．

(5) 面積 S を求めよ．

令和７年度　一般入学試験（前期）
自己推薦入学試験　解答用紙

受験番号

数　学　Ⅰ・Ⅱ

1

(1)	(1-1) $A\cap B=\{5,6\}$	(1-2) $A\cup B=\{1,2,3,4,5,6\}$
(2)	(2-1) $(2x-3)(x+2)$	(2-2) $(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)$
(3)	(3-1) $8+i$	(3-2) $3+2i$
(4)	(4-1) $x>-6$	(4-2) $x<2,\ 6<x$
(5)	(5-1) 4	(5-2) $\frac{5}{2}$

2

(1)	ア	1	イ	3	ウ	1	エ	9		
	オ	6	カ	27	キ	3	ク	36		
	ケ	3	コ	6	サ	45	シ	3	ス	5

(2)	$t=$ $\boxed{\text{キ}}$ のときの $f(t)$ の値: 36		
	$t=-$ $\boxed{\text{シ}}$ のときの $f(t)$ の値: 0	(3)	最大値: 36
	$t=$ $\boxed{\text{ス}}$ のときの $f(t)$ の値: 32		最小値: 0

3

(1)	∠CBD＝30°	(2)	BC＝$2\sqrt{2}$　，BD＝$\sqrt{6}$
(3)	$S_1=\sqrt{3}$	(4)	∠BAD＝120°

(5)

計算　△ABD において余弦定理により、

$x^2+2^2-2\cdot2x\cos120^\circ=\sqrt{6}^2$ が成立する。

つまり、$x^2+2x-2=0$。

これを解いて、$x=-1\pm\sqrt{3}$

$x>0$ なので、$x=-1+\sqrt{3}$.

$x=-1+\sqrt{3}$

(6)	$S_2=\frac{1}{2}(3-\sqrt{3})$	(7)	$S=\frac{1}{2}(3+\sqrt{3})$

4

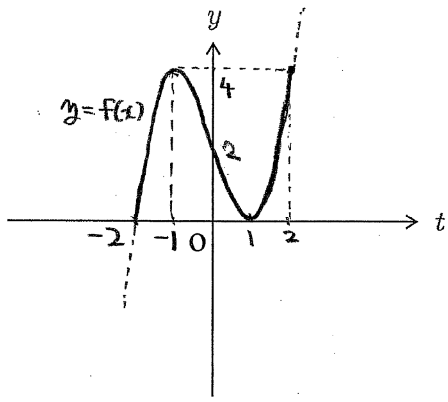
(1)	$f(t) = t^3-3t+2$
(2)	$\log_2\left(\frac{1}{4}\right) = -2$ $\log_2 4 = 2$
(3)	$-2 \leqq t \leqq 2$
(4)	$f'(t) = 3t^2-3$
(7)	最大値: 4 最小値: 0

(5)

増減表

t	-2	…	-1	…	1	…	2
$f'(t)$	／	$+$	0	$-$	0	$+$	／
$f(t)$	0	↗	4 極大	↘	0 極小	↗	4

(6)



5

(1)	$f'(x) = 2x-1$
(2)	l: $y=-x$ m: $y=3x-4$
(3)	P($\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{4}$), R(1 , -1)

(5)

計算

$$S=\int_0^1\{(x^2-x)-(-x)\}dx+\int_1^2\{(x^2-x)-(3x-4)\}dx$$

$$=\int_0^1 x^2dx+\int_1^2(x^2-4x+4)dx$$

$$=\left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^1+\left[\frac{1}{3}x^3-2x^2+4x\right]_1^2$$

$$=\frac{2}{3}$$

$S = \frac{2}{3}$

(4)