令和７年度　山形県立産業技術短期大学校

一般入学試験（前期）　問題
自 己 推 薦 入 学 試 験 問題

数学Ⅰ・Ⅱ

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

2　試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。

3　**解答用紙に受験番号**を正しく記入してください。正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。

4　解答は解答用紙の所定の欄に記入してください。

5　試験終了後、問題冊子並びに計算用紙は持ち帰ってください。

1．(1) 集合 A, B を $A=\{1,2,5,6\}$, $B=\{3,4,5,6\}$ とするとき，次の集合を求めよ．

(1-1) $A\cap B$　　(1-2) $A\cup B$

(2) 次の式を因数分解せよ．

(2-1) $2x^2+x-6$　　(2-2) x^4-5x^2+4

(3) 次の式を $a+bi$ の形で表せ．ただし，a, b は実数とする．i は虚数単位である．

(3-1) $(1+2i)(2-3i)$　　(3-2) $\dfrac{7-4i}{1-2i}$

(4) 次の不等式を解け．

(4-1) $3x-8<5x+4$　　(4-2) $|x-4|>2$

(5) 4 個のデータ $2, 3, 5, 6$ がある．次の値を求めよ．

(5-1) 平均値　　(5-2) 分散

2．x についての 2 次方程式

$$x^2-(t+3)x+t^2-9=0 \quad \cdots\cdots ①$$

の 2 つの解を α, β とすると，$\alpha^2+\beta^2$ は t の 2 次関数 $\alpha^2+\beta^2=f(t)$ として表せる．このとき，次の問いに答えよ．ただし，t は実数とする．

(1) 空欄 $\boxed{\text{ア}}$～$\boxed{\text{ス}}$ に入る最も ふさわしい数を答えよ．

(i) $\alpha+\beta, \alpha\beta$ を t の関数として表すと，次の式になる．

$$\alpha+\beta=\boxed{\text{ア}}\,t+\boxed{\text{イ}}\,,\quad \alpha\beta=\boxed{\text{ウ}}\,t^2-\boxed{\text{エ}}$$

(ii) 関数 $f(t)$ は次の式になる．

$$f(t)=-t^2+\boxed{\text{オ}}\,t+\boxed{\text{カ}}=-\left(t-\boxed{\text{キ}}\right)^2+\boxed{\text{ク}}$$

(iii) x の 2 次方程式 ① の判別式を D とする．D を t の関数として表すと，次の式になる．

$$D=-\boxed{\text{ケ}}\,t^2+\boxed{\text{コ}}\,t+\boxed{\text{サ}}$$

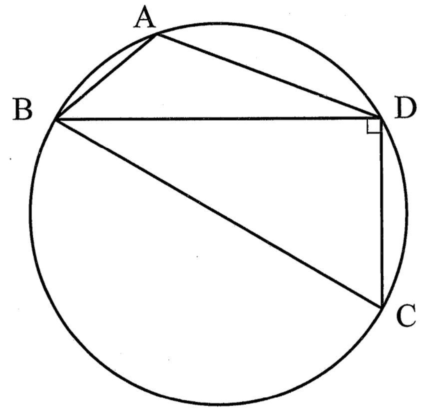
(iv) α, β が実数となるための必要十分条件は次の不等式になる．

$$-\boxed{\text{シ}}\leqq t\leqq\boxed{\text{ス}}$$

(2) 関数 $f(t)$ の $t=\boxed{\text{キ}}\,, -\boxed{\text{シ}}\,, \boxed{\text{ス}}$ のときの値をそれぞれ求めよ．

(3) 関数 $f(t)$ の最大値と最小値を求めよ．ただし，t の動く範囲は (1) の (iv) で求めた $-\boxed{\text{シ}}\leqq t\leqq\boxed{\text{ス}}$ とする．

3．円に内接する四角形ABCDがある．四角形ABCDを対角線BDで△ ABD，△ BCDに分割する．$AD = 2$，$CD = \sqrt{2}$，$\angle BCD = 60°$，$\angle BDC = 90°$ とする．辺ABの長さを x とする．このとき，次の問いに答えよ．



(1) $\angle$CBD を求めよ．

(2) 辺BCと対角線BDの長さを求めよ．

(3) △ BCD の面積 S_1 を求めよ．

(4) $\angle$BAD を求めよ．

(5) x の値を求めよ．

(6) △ ABD の面積 S_2 を求めよ．

(7) 四角形ABCDの面積 S を求めよ．

4．関数 $y = (\log_2 x)^3 - 3\log_2 x + 2$ が与えられている．ただし，x のとり得る範囲は $\frac{1}{4} \leqq x \leqq 4$ である．$t = \log_2 x$ とするとき，y は t の関数 $y = f(t)$ として表される．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 関数 $f(t)$ を求めよ．

(2) $\log_2\left(\frac{1}{4}\right)$，$\log_2 4$ の値を求めよ．

(3) x が $\frac{1}{4} \leqq x \leqq 4$ の範囲を動くとき，$t = \log_2 x$ のとり得る値の範囲を求めよ．

(4) $f(t)$ の導関数 $f'(t)$ を求めよ．

(5) $f(t)$ の増減表を記せ．ただし，t は (3) で求めた範囲を動くとする．

(6) $y = f(t)$ のグラフをかけ．ただし，t は (3) で求めた範囲を動くとする．

(7) y の最大値と最小値を求めよ．

5．2次関数 $f(x) = x^2 - x$ を考える．座標平面上の放物線 $C : y = f(x)$ の頂点をPとする．C 上の原点Oにおける接線を l，C 上の点Q(2, 2)における接線を m とする．l と m の交点をRとする．C, l, m で囲まれた部分の面積を S とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ．

(2) 接線 l, m の方程式を求めよ．

(3) 頂点Pと交点Rの座標を求めよ．

(4) C, l, m を図示せよ．このとき，P，Q，Rを明示し，C, l, m で囲まれた部分を斜線で図示せよ．

(5) 面積 S を求めよ．