

# 令和6年度 山形県立産業技術短期大学校

## 一般入学試験問題（後期）

### 数学Ⅰ・Ⅱ

#### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 3 解答用紙に受験番号を正しく記入してください。正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
- 4 解答は解答用紙の所定の欄に記入してください。
- 5 試験終了後、問題冊子並びに計算用紙は持ち帰ってください。

1. (1) 次の式を実数の範囲で因数分解せよ.

(1-1)  $3x^2 + 5x - 12$       (1-2)  $x^4 + 3x^2 - 4$

(2) 次の式を  $a + bi$  の形で表せ. ただし,  $a, b$  は実数,  $i$  は虚数単位とする.

(2-1)  $(1+i)(1-3i)$       (2-2)  $\frac{1-2i}{1+i}$

(3) 次の式を計算せよ.

(3-1)  $\log_6 3 + \log_6 12$       (3-2)  $\log_3 \frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{2} \log_3 2$

(4) 次の方程式を解け. ただし,  $x$  は実数とする.

(4-1)  $|x| = 10$       (4-2)  $|x+3| = 2$

(5) 5個のデータ 3,5,6,7,9 がある. 次の値を求めよ.

(5-1) 平均値      (5-2) 分散

## 2. 関数

$$y = 4^x - 4 \cdot 2^x + 3$$

が与えられている. ただし,  $x$  のとり得る範囲は  $-1 \leq x \leq 1$  である.  $t = 2^x$  とすると,  $y$  は  $t$  の2次関数  $y = f(t)$  として表される. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) 関数  $f(t)$  を求めよ.

(2)  $x$  が  $-1 \leq x \leq 1$  の範囲を動くとき,  $t = 2^x$  のグラフをかけ.

(3)  $x$  が  $-1 \leq x \leq 1$  の範囲を動くとき,  $t = 2^x$  のとり得る範囲を求めよ.

(4)  $y = f(t)$  のグラフをかけ. ただし,  $t$  は (3) で求めた範囲を動くとする.

(5) 関数  $y$  の最大値を求め, そのときの,  $t$  および  $x$  の値を求めよ.

(6) 関数  $y$  の最小値を求め, そのときの,  $t$  および  $x$  の値を求めよ.

3. 3次関数  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  を考える.  $y = f(x)$  のグラフは, 点 A  $(-2, 0)$ , B  $(-1, 4)$ , C  $(0, 2)$  を通る. このとき, 次の問いに答えよ. ただし,  $a, b, c$  は定数とする.

(1)  $y = f(x)$  のグラフが点 A を通る条件を満たす定数  $a, b, c$  の関係式を求めよ.

(2)  $y = f(x)$  のグラフが点 B を通る条件を満たす定数  $a, b, c$  の関係式を求めよ.

(3)  $y = f(x)$  のグラフが点 C を通る条件を満たす定数  $c$  の値を求めよ.

(4) 定数  $a, b$  の値を求めよ.

(5) 関数  $f(x)$  の導関数  $f'(x)$  を求めよ.

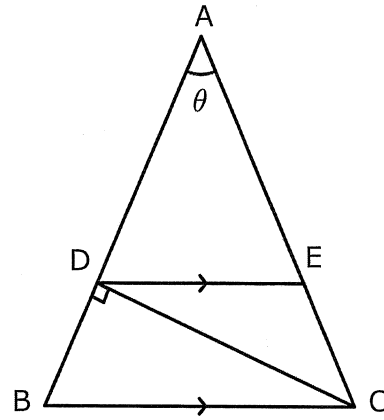
(6) 2次方程式  $f'(x) = 0$  を解け.

(7) 関数  $f(x)$  の増減表を記せ.

(8)  $y = f(x)$  のグラフをかけ. このとき, 点 A, B, C を明示せよ.

4.  $\triangle ABC$ において、 $AB = AC = 1$ ,  $\angle BAC = \theta$  ( $0 < \theta < 90^\circ$ ) とする. 頂点  $C$  から辺  $AB$  に垂直な直線を引き、辺  $AB$  との交点を  $D$  とする. 点  $D$  を通り辺  $BC$  に平行な直線と辺  $AC$  との交点を  $E$  とする.  $\triangle CDE$  の面積を  $S$  とする. このとき、次の問いに答えよ.

- (1) 線分  $AD$ ,  $AE$  の長さを  $\theta$  の式で表せ.
- (2) 線分  $BD$  の長さを  $\theta$  の式で表せ.
- (3) 線分  $CD$  の長さを  $\theta$  の式で表せ.
- (4)  $\triangle ABC$  の面積を  $\theta$  の式で表せ.
- (5)  $\triangle ADE$  の面積を  $\theta$  の式で表せ.
- (6)  $\triangle BCD$  の面積を  $\theta$  の式で表せ.
- (7) 面積  $S$  を  $\theta$  の式で表せ.



5. 2次関数  $f(x) = x^2 + 4x - 2$  を考える. 座標平面上の放物線  $C: y = f(x)$  の頂点を  $P$  とする.  $C$  と  $x$  軸の交点  $A, B$  の  $x$  座標をそれぞれ  $\alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ ) とする.  $C$  と  $y$  軸の交点を  $Q$  とする.  $C$  上の点  $P, Q$  における接線を、それぞれ  $l, m$  とする.  $l$  と  $m$  の交点を  $R$  とする.  $C, l, m$  で囲まれた部分の面積を  $S$  とする. このとき、次の問いに答えよ.

- (1)  $\alpha, \beta$  の値を求めよ.
- (2) 点  $P$  の座標を求めよ.
- (3) 点  $Q$  の座標を求めよ.
- (4) 関数  $f(x)$  の導関数  $f'(x)$  を求めよ.
- (5) 接線  $l$  の方程式を求めよ.
- (6) 接線  $m$  の方程式を求めよ.
- (7) 点  $R$  の座標を求めよ.
- (8)  $C, l, m$  を図示せよ. このとき、点  $P, Q, R$  を明示し、 $C, l, m$  で囲まれた部分を斜線で図示せよ.
- (9) 面積  $S$  を求めよ.