

令和6年度 山形県立産業技術短期大学校

学校推薦入学試験問題

数学Ⅰ・Ⅱ

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 3 解答用紙に受験番号を正しく記入してください。正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
- 4 解答は解答用紙の所定の欄に記入してください。
- 5 試験終了後、問題冊子並びに計算用紙は持ち帰ってください。

1. (1) 集合 A, B を $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 7\}$ とするとき, 次の集合を求めよ.

(1-1) $A \cap B$

(1-2) $A \cup B$

(2) 次の値を求めよ.

(2-1) $|\frac{2}{5} - 1|$

(2-2) $|-8| + |7|$

(3) 次の式を展開せよ.

(3-1) $(3x - 2y)^2$

(3-2) $(x + 1)(x + 2)(x + 3)$

(4) 次の対数の値を求めよ.

(4-1) $\log_3 9$

(4-2) $\log_{\frac{1}{2}} 32$

(5) 5 個のデータ 3, 5, 6, 7, 9 がある. 次の値を求めよ.

(5-1) 平均値

(5-2) 分散

2. 3 次関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ を考える. $y = f(x)$ のグラフを G とする. グラフ G は点 $A(2, 0)$, $B(1, 2)$, $C(0, -2)$ を通る. このとき, 次の問いに答えよ. ただし, a, b, c は定数とする.

(1) グラフ G が点 A を通る条件を満たす定数 a, b, c の関係式を求めよ.

(2) グラフ G が点 B を通る条件を満たす定数 a, b, c の関係式を求めよ.

(3) グラフ G が点 C を通る条件を満たす定数 c の値を求めよ.

(4) 定数 a, b の値を求めよ.

(5) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ.

(6) 関数 $f(x)$ の増減表を記せ.

(7) $y = f(x)$ のグラフ G を図示せよ.

3. 座標平面上に放物線 $C: y = x^2 - 1$ がある. 放物線 C の頂点を P とし, C と x 軸との交点 A, B の x 座標をそれぞれ α, β ($\alpha > \beta$) とする. C 上の点 A における接線を l とし, l と y 軸との交点を Q とする. 放物線 C , 接線 l , y 軸で囲まれた部分の面積を S とする. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) 点 P の座標を求めよ.

(2) α, β の値を求めよ.

(3) 接線 l の方程式を求めよ.

(4) 点 Q の座標を求めよ.

(5) 放物線 C , 接線 l を図示せよ. 点 A, B, P, Q を明示せよ. C, l, y 軸で囲まれた部分を斜線で図示せよ.

(6) 面積 S の値を求めよ.

4. 原点を O とする座標平面上に円 $C : x^2 + y^2 = 4$ がある. 円 C 上の点 $A (-1, \sqrt{3})$, $B (-1, -\sqrt{3})$ における接線をそれぞれ l , m とする. 接線 l , m の交点を点 P とし, $\alpha = \angle AOB$ ($0 < \alpha < \pi$) とする. 小さい方の弧 \widehat{AB} , 接線 l , m で囲まれた部分の面積を S とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 円 C の半径 r を求めよ.
- (2) 線分 OA , OB の長さを求めよ.
- (3) 角度 α の値を求めよ.
- (4) 接線 l , m の方程式を求めよ.
- (5) 点 P の座標を求めよ.
- (6) 円 C , 接線 l , m を図示せよ. 線分 OA , OB , 点 P を明示せよ. 小さい方の弧 \widehat{AB} と l , m で囲まれた部分を斜線で図示せよ.
- (7) 四角形 $OAPB$ の面積 T の値を求めよ.
- (8) 面積 S の値を求めよ.

5. 関数 $y = 2 \sin x + 2 \cos x + 2 \sin x \cos x + 2$ が与えられている. ただし, x のとり得る範囲は $0 \leq x \leq \pi$ である. $t = \sin x + \cos x$ とすると, y は t の 2 次関数 $y = f(t)$ として表される. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $\sin \frac{\pi}{2}$, $\sin \frac{5\pi}{4}$ の値を求めよ.
- (2) 空欄 (ア) ~ (ウ) に最もふさわしい整数の値を解答用紙の所定の欄に記入しなさい.

$$\sin^2 x + \cos^2 x = \boxed{\text{ア}} \quad t^2 = \boxed{\text{イ}} + \boxed{\text{ウ}} \sin x \cos x$$

- (3) 空欄 (エ), (オ) に最もふさわしい整数の値を解答用紙の所定の欄に記入しなさい.

$$f(t) = t^2 + \boxed{\text{エ}} t + \boxed{\text{オ}}$$

- (4) 空欄 (カ), (キ) に最もふさわしい整数の値を解答用紙の所定の欄に記入しなさい.

$$t = \sqrt{\boxed{\text{カ}}} \sin \left(x + \frac{\pi}{\boxed{\text{キ}}} \right)$$

- (5) x が $0 \leq x \leq \pi$ の範囲を動くとき, $t = \sin x + \cos x$ のグラフをかけ.
- (6) x が $0 \leq x \leq \pi$ の範囲を動くとき, t のとり得る範囲を求めよ.
- (7) 関数 y の最大値, 最小値を求め, それぞれの t , x の値を求めよ.